

ENCUENTRO INTERNACIONAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Segunda Versión

ISSN 2539 - 1885



23 y 24 de
Noviembre 2017
Cúcuta - Colombia

Informes al correo:
encuentro.matematica.educativa@gmail.com
Tel: 5776655 Ext. 214

MEMORIAS

II ENCUENTRO INTERNACIONAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
San José de Cúcuta, Colombia
23 y 24 de noviembre 2017.**

**Organizado por
Departamento de Matemáticas y Estadística
Licenciatura en Matemáticas
Maestría en Educación Matemática**



DIRECTIVAS DE LA UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

Claudia Elizabeth Toloza Martínez
Rectora

Olga Marina Vega
Vicerrectora Académica

Maribel Cárdenas García
Vicerrector Administrativo

John Hermógenes Suarez Gévez
Vicerrector Asistente de Investigación y Extensión

Luz Marina Bautista Rodríguez
Vicerrectora Asistente de Estudios

COMITÉ ORGANIZADOR Y CIENTÍFICO

Raúl Prada Núñez
Coordinador del Encuentro - Director de la Biblioteca Eduardo Cote Lamus

Pastor Ramírez Leal
Director Departamento de Matemáticas y Estadística

Cesar Augusto Hernández Suarez
Director Licenciatura en Matemáticas

Henry de Jesús Gallardo Pérez
Director Maestría en Educación Matemática

Sonia Maritza Mendoza Lizcano
Grupo de Investigación Arquímedes

Gerson Adriano Rincón Álvarez
Grupo de Investigación GIPEPP

Contenido

	Pág.
PONENCIAS INTERNACIONALES	
1. DOMINIO AFECTIVO DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS. RAQUEL FERNÁNDEZ CÉZAR	8
2. MEASURING THE IMPACT OF ENVIRONMENTAL MISCONDUCTS ON THE FINANCIAL PERFORMANCE: EVIDENCE FROM A NOVEL DATASET. STEFANO MANFREDONIA	19
3. EL MODELO CUVIMA: UNA PROPUESTA PARA LA COMPRESIÓN DE LOS CONCEPTOS FISICOS Y MATEMÁTICOS. CARLOS ARMANDO CUEVAS VALLEJO. FREDDY YESID VILLAMIZAR ARAQUE	37
4. HERRAMIENTAS DEL ÁLGEBRA MATRICIAL PARA ABORDAR LOS MÉTODOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIANTES. GUDBERTO JOSÉ LEÓN RANGEL	45
5. LA FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA Y LA COMPETENCIA “APRENDER A MIRAR PROFESIONALMENTE” LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. OSCAR GUERRERO C.	57
PONENCIAS NACIONALES	
6. EXPERIENCIA SIGNIFICATIVA PARA LA ENSEÑANZA DEL AREA DE MATEMATICAS EN EL NIVEL DE BASICA PRIMARIA. LIDA CONSTANZA RIVERA PARRA. MARGARITA RUBIO TORIJANO.	69
7. ENFOQUE CPA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES MEDIANTE EL USO DE SOFTWARE MATEMATICO. RAÚL ALEXANDER FONSECA PALACIOS. ROSA VIRGINIA HERNÁNDEZ. LUIS FERNANDO MARIÑO	80
1. INTERVENCIÓN EDUCATIVA EN MATEMÁTICAS A ESCOLARES DIAGNÓSTICADOS CON SÍNDROME DE ASPERGER. SANDRA LILIANA CASTRELLÓN MATAMOROS. DANIEL VILLAMIZAR JAIMES	90
2. ORIENTACIÓN PEDAGÓGICA DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS DURANTE EL DESARROLLO DE SUS CLASES. ACCIONES Y PROCESO DE INSTRUCCIÓN PARA APRENDER MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA. MAYRA ALEJANDRA ARÉVALO DUARTE. MIGUEL ÁNGEL GARCÍA GARCÍA	98
3. CONCEPCIONES DOCENTES EN EL ÁREA MATEMÁTICAS FRENTE AL PROCESO FORMATIVO POR COMPETENCIAS EN EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA. MARISOL QUINTANA. CESAR AUGUSTO HERNANDEZ SUAREZ.GERSON ADRIANO RINCÓN ÁLVAREZ	106

4. ESTADO DEL ARTE ALREDEDOR DE LA COMPRENSIÓN CONCEPTUAL DE LA DERIVADA. DILAN FABIÁN SARAZA SOSA. RAÚL PRADA NÚÑEZ 123
5. INDICADORES DESCRIPTIVOS DE LA CALIDAD DE VIDA EN COMUNIDADES VICTIMAS DEL CONFLICTO ARMADO. EDUARDO GABRIEL OSORIO SÁNCHEZ. RUTSARA AYALA SANTOS. ERIKA TATIANA AYALA GARCÍA 130
6. APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS COMO METODOLOGÍA PARA FORTALECER LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LOS ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL COLEGIO LA PRESENTACIÓN SANTA TERESA. MAYRA ALEJANDRA ARÉVALO DUARTE. EDITH SOLANYE LÓPEZ DAZA. ANGÉLICA PAOLA CHÁVEZ BAUTISTA 139
7. EL MÉTODO DEL VALOR GANADO COMO INDICADOR DEL CONTROL Y SEGUIMIENTO A PROYECTOS. ZULAY ALARCÓN RIVERA. MARTHA SOFÍA ORJUELA ABRIL. JOSÉ ORLANDO GARCÍA MENDOZA 147
8. INDICADORES DEL IMPACTO SOCIAL DE LOS EGRESADOS DEL PROGRAMA DE ARQUITECTURA DE LA UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER ENTRE LOS AÑOS 2010-2015. MAGDIEL DAVIANA TAMI CORTES. LUZ KARIME CORONEL RUIZ 152
9. ESTADO DEL ARTE ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN. JERISERTH MANRIQUE. ASHLEY GALLO. HENRY DE JESÚS GALLARDO PÉREZ. 158
10. ESTADO DEL ARTE SOBRE EL CONCEPTO DE LÍMITE. JHOANA ALEXANDRA TRUJILLO CASTRO. CHAREN LISSET VERA GUTIERREZ 166
11. EL PORTAFOLIO DIGITAL COMO HERRAMIENTA DE APOYO EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE. MARÍA EUGENIA DÍAZ. MARÍA ELENA RAMÍREZ. ARTURO ORTIZ ARISMENDI 174
12. LA TEORÍA DE JUEGOS Y LA MATEMÁTICA. ALEJANDRA MARÍA SERPA JIMÉNEZ. SONIA MARITZA MENDOZA LIZCANO. PASTOR RAMÍREZ LEAL 183
13. PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES (AVANCE DE PROYECTO). VALENTINA LÓPEZ VILLÁN. NEIVA LETICIA PEÑARANDA MARIÑO. ALEJANDRA MARÍA SERPA JIMÉNEZ. 194
14. FALENCIAS EN LOS NIVELES EDUCATIVOS PRECEDENTES PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN ALUMNOS DE INGENIERÍA DE SISTEMAS. ÁLVARO SALAMANCA LANDÍNEZ 201

PONENCIAS INTERNACIONALES

DOMINIO AFECTIVO DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS

Raquel Fernández Cézar

Universidad de Castilla La Mancha, España.

Departamento de Matemáticas - Facultad de Educación de Toledo

Correo electrónico: raquel.fcezar@uclm.es

Resumen

El dominio afectivo de docentes en matemáticos ha ocupado un papel secundario en los estudios del contexto iberoamericano. Las referencias históricas que se tienen empezaron a establecerse en la década de los 70 principalmente en el contexto anglosajón. El objetivo que se pretende alcanzar con este escrito es mostrar cómo se han desarrollado investigaciones sobre el tema. Para ello se ha hecho un estudio de revisión bibliográfico de las aportaciones científicas que se han realizado en las últimas décadas sobre el dominio afectivo y las prácticas pedagógicas de docentes de matemáticas. Los resultados que se han obtenido muestran que parece existir suficiente evidencia para asociar el dominio afectivo (actitudes, creencias y emociones) y las prácticas pedagógicas tanto de docentes en formación inicial como en servicio.

Palabras clave: dominio afectivo, prácticas pedagógicas, docentes.

Marco teórico

Los estudios referidos al dominio afectivo (actitudes, creencias y emociones) con estudiantes universitarios no son tan abundantes como los que analizan los estudiantes de etapas preuniversitarias. Además, el análisis de los factores afectivos en docentes de matemáticas, son más escasos en el entorno iberoamericano que en el entorno anglosajón, donde sí encontramos algunos trabajos desde finales del siglo pasado (Wood, 1988). Con estudiantes preuniversitario en el entorno iberoamericano se encuentran trabajos que reflejan la relación existente entre actitudes y rendimiento del alumnado de educación Primaria (Valle, y otros, 2016). Hay también estudios realizados con estudiantes de educación secundaria en distintos entornos socioculturales que analizan las actitudes hacia las matemáticas (Akey, 2006); (Mato & De la Torre, 2010); (Zakaria & Nordin, 2008) y de estas combinadas con la tecnología (Sánchez & Ursini, 2010). Pero se encuentran menos investigaciones sobre el

estudio de las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes universitarios (Carmona Marqués); (Martínez-Atero, & Nortes, 2014) y solo algunos realizados con estudiantes de los grados de maestro en educación infantil y primaria (Estrada, 2007); (Fernández Cézar & Aguirre Pérez, 2010); (Sánchez, Segovia, & Miñán, 2011) Sobre los estudiantes universitarios de grado de educación infantil, maestros de cualquier etapa y profesores en ejercicio, no son abundantes los trabajos en el entorno iberoamericano, aunque se hallen algunos sobre el caso español (Gomézescobar Camino & Fernández Cézar, 2016). En el contexto colombiano, con respecto al tema de actitudes y matemáticas, se encuentran los trabajos de Pérez, Niño & Páez (2010) sobre actitudes, aptitudes y rendimiento académico en matemáticas; y (Cuervo, 2009), que estudió la construcción de una escala tipo Likert para medir la actitud hacia la matemática en niños.

En el ámbito de la educación matemática se reconoce el aspecto comportamental y motivacional de la actitud. La actitud en

educación matemática empieza a estudiarse en la segunda mitad del siglo pasado. (Feierabend, 1960) citado en Aiken (1970) dedica unas cuantas páginas a este aspecto afectivo de la educación matemática en su "Revisión de problemas psicológicos en educación matemática". Posteriormente Aiken (1974) realiza una revisión de los trabajos de esa década y reconoce que, aunque no se cuenta con una definición para actitud en el ámbito de la educación matemática, hay un consenso en reconocer que tiene un aspecto conductual. También la definición que de actitud da Gómez-Chacón, "predisposición evaluativa de conducta que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento" (Gómez Chacón, 2000, p. 23), recoge ese aspecto conductual.

A finales de los años 80, Hart (1989) reporta que todavía no existe una definición acordada por los expertos de lo que se entiende por actitud en educación matemática. En esos momentos empiezan a desarrollarse los primeros modelos teóricos para dicha actitud. MacLeod (1992) realiza un primer modelo sobre el dominio afectivo en el aprendizaje matemático, considerando que está compuesto por tres factores: actitud, creencias y emociones. Otros autores como DeBellis & Goldin, (1999, 2006) citado en (Martínez, y otros, 2015) sugieren incluir un cuarto subdominio que trata de valores, la ética y la moral, que está conectado con los otros tres subdominios. En el entorno iberoamericano, tenemos como referencia los trabajos de Gairín (1990) que la relacionan con el rendimiento en matemáticas en los alumnos de enseñanza secundaria, y el modelo de 5 factores propuesto por Auzmendi Escribano (1992).

Desde 1989, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989) consideró las actitudes hacia las matemáticas, y actitudes matemáticas de manera separada. Se

pensaba que las primeras estaban relacionadas con el dominio afectivo, y las segundas, con el dominio cognitivo. Pero los estudios neurológicos recientes destacan un aspecto de la actitud que es la ansiedad, y constatan que esta componente de la actitud controla el establecimiento de conexiones neuronales que inhiben o favorecen el aprendizaje matemático (Young, Wu, & Menon, 2012; Wu, Barth, Amin, Melcarne, & Menon, 2012). Por ello nos parece crucial realizar el estudio de este factor de la actitud: la ansiedad hacia las matemáticas.

1. Ansiedad hacia las matemáticas: La asignatura de matemáticas ha estado asociada a distintos aspectos: asignatura destacada para medir el rendimiento académico; o incluso predictivo del cociente intelectual. Precisamente por estas asociaciones las matemáticas son susceptibles de ser consideradas difíciles y de ser vividas con una ansiedad excesiva tanto por el alumnado como por el profesorado (Martínez Padrón, 2005) así como Sánchez, Segovia, & Miñán (2011) recogen diversos estudios en los que se indica que la ansiedad hacia las Matemáticas es una actitud presente en el profesorado en formación, entendiendo que este rechazo hacia las Matemáticas de los maestros en formación persistirá cuando ejerzan la profesión, convirtiéndose en una de las posibles causas del fracaso escolar.

En el concepto de ansiedad se ha dado importancia a las situaciones que la elicitán, enfatizando la interpretación que la persona realiza de ellas anticipando posibles aspectos amenazantes. Algunos autores destacan que la ansiedad es una actitud emocional cognitiva, básica, universal y adaptativa que acompaña al ser humano provocando la activación del organismo, lo que produce la manifestación de diferentes respuestas en situaciones percibidas como amenazantes (Fernández-Abascal, Jiménez, & Martín, 2003).

En unos niveles óptimos, la ansiedad, permite a la persona afrontar las demandas de las tareas de la asignatura de matemáticas. Ahora bien, si los niveles de ansiedad son excesivos pueden limitar, bloquear e incluso hacer que la persona evite afrontar cualquier aspecto que interprete como amenazante asociado a las matemáticas. Por lo tanto, si las matemáticas pueden ser consideradas amenazantes, dependiendo de las interpretaciones de la persona, esta puede tratar de evitarlas o evitar las situaciones en las que aparezcan. Y esto sería importantísimo si esta persona fuese un maestro. En este caso, si el maestro se siente evaluado, si siente que los alumnos o compañeros se darán cuenta de su (supuesta) limitada capacidad y torpeza, que su alumnado percibirá sus limitaciones como profesor; es así como Dogan (2012) presenta un modelo sobre cómo los factores afectivos (emoción, valor, creencia, actitud, etc.) y los procesos cognitivos pueden interactuar, especialmente entre los profesores en formación.

Al igual, basándose en las críticas al modelo unidimensional de la activación, Lang acuñó el término triple sistema de respuesta al hablar de la expresión de la emoción. Señaló que las respuestas emocionales las podemos considerar como una reacción multidimensional que se manifiesta en tres sistemas distintos de respuesta: cognitivo o subjetivo, fisiológico o somático y conductual o motor (Lang, 1971, 1995). Según los estudios de Sánchez, Segovia, & Miñán (2011) los niveles altos de ansiedad se encuentran presentes entre el alumnado de Magisterio, estadio previo al de los maestros de educación elemental, equivalente a la Educación Primaria, revisados por Wood (1988) que también muestran que el 16% de estos maestros pueden clasificarse como personas con ansiedad hacia las matemáticas y a veces los temores son tan

elevados que necesitan ayuda y acompañamiento para superarlos.

Por lo tanto, la importancia de conocer si los maestros sienten ansiedad o no es capital. Además, ¿cómo podría un maestro enseñar bien matemáticas si no se sintiera cómodo en esa asignatura? Es, pues, clave tener un diagnóstico de la situación entre los maestros al respecto de la ansiedad hacia las matemáticas. Sería muy difícil conseguir que los alumnos adultos eligieran clases de matemáticas en sus estudios futuros si actualmente sus maestros adolecieran de “matefobia”, término ya acuñado por Mihalko (1978), citado en Wood, (1988) y sería necesario el “tratamiento” de las personas que sufrieran de la misma. El sentimiento negativo hacia las matemáticas podría hacer que el profesorado fuera más rígido y controlador en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que originaría mayores niveles de ansiedad entre sus estudiantes (Assor, Kaplan, Kanat-Myron, & Roth, 2005). Este sentimiento puede abocar al profesor a adoptar estrategias de enseñanza centradas en los contenidos en lugar de en el alumnado, con el objetivo de disminuir su malestar emocional a través del control (Brígido, Bermejo, Conde, Borrachero, & Medallo, 2010). Por ello nos parece crucial realizar el estudio de la ansiedad hacia las matemáticas en maestros, y empleamos el cuestionario modificado de Auzmendi (Fernández César, y otros, 2016).

2. Creencias sobre las matemáticas: Desde hace tres décadas, la relación entre los factores afectivos y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas viene experimentado un creciente interés por parte de investigadores en Educación Matemática. En particular, los resultados de los estudios que centran su atención en las creencias sobre las Matemáticas de los profesores y maestros han demostrado que el aspecto afectivo influye en los éxitos y fracasos de los

estudiantes con respecto a las Matemáticas (Gómez Chacón, 2000).

Tal y como ponen de manifiesto Goldin, Rosken, & Torner (2009), no existe ninguna definición sobre creencias que sea internacionalmente aceptada por los investigadores en Educación Matemática, por lo que ven necesario constituir un marco de referencia sobre las creencias que sea compatible con las diferentes percepciones que se tienen sobre ellas. Sin embargo, en el aspecto instrumental, Baroody & Coslick, (1998) elaboraron un cuestionario para determinar si el profesor tiene una concepción de las matemáticas euclidiana, cuasiempirista o constructivista.

Otros investigadores defienden la importancia de establecer definiciones que las caractericen con respecto al resto de conceptos pertenecientes al dominio afectivo. Por ejemplo, Gómez-Chacón (2003, p. 234) define creencias como “esa parte del conocimiento, perteneciente al dominio cognitivo, compuesta por elementos afectivos, evaluativos y sociales”

Con respecto a la primera de ellas, esta reciente revisión del estado de la cuestión pone de manifiesto que:

- Se han hallado tanto consistencias como inconsistencias entre las creencias sobre las Matemáticas de los docentes y su práctica.
- Los factores que pueden influir en las creencias, como el conocimiento, la experiencia, los objetivos o el contexto de los docentes, deben ser estudiados en profundidad.

Entre las investigaciones que abordan las creencias de los docentes sobre algún dominio concreto de las Matemáticas, destacan trabajos sobre resolución de problemas (Giné de Lera & Deulofeu Piquet, 2014); (Vila Corts & Callejo de la Vega, 2004); sobre el concepto de función (Linares, 1996), la enseñanza de la Geometría (Pérez

& Guillén, 2009) o sobre la actividad demostrativa (Hernández, 2009)

Sin embargo, existen pocas publicaciones que centren su interés en las creencias sobre las Matemáticas en maestros de Educación Infantil o Primaria (Donoso, 2015); (Martín, 2011).

3. Prácticas pedagógicas: Hay estudios en el mundo anglosajón que reportan una relación importante entre las actitudes hacia las matemáticas del maestro, y la efectividad y calidad de su enseñanza de las mismas en general (Aiken, 1976); (Bishop & Nickson, 1983); (Ernest, 1989); (Jong, Hodges, Royal, & Welder, 2015), o de contenidos concretos, como la aritmética (Larson, 1983). También se sabe que influye en el proceso de enseñanza de la parte cognitiva, llamada “actitudes matemáticas”, como recogen Godino, Batanero, & Font (2004) en su libro “Didáctica de las Matemáticas para Maestros” (p.19), ya que se transmite el conocimiento con el enfoque de la idea de la materia que tiene el profesor. Y lo que también se ha determinado recientemente en España es la influencia de las prácticas docentes en el rendimiento del alumnado de cualquier etapa, como se recoge en el informe Prácticas docentes y rendimiento estudiantil. Evidencia a partir de TALIS 2013 y PISA 2012, publicado por la Consejería de Educación, Cultura y Turismo del Gobierno de La Rioja, la Fundación Santillana y el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (Méndez, 2015). En este informe se habla de la relación obtenida entre las prácticas docentes y el rendimiento (p. 31), y afirma que hay correlación positiva entre la formación en nuevas prácticas docentes del profesorado, incluyendo las TIC, y el rendimiento de los alumnos. También en él se informa (p. 33) de que mejora el rendimiento en matemáticas “el uso de prácticas modernas incluyendo trabajos en pequeños grupos, TIC y comprobación de cuadernos de ejercicios” (1, 2). Sin entrar a

debatir sobre la idoneidad del término prácticas modernas, se quiere resaltar que las características esperables de las prácticas docentes efectivas tienen que estar basadas en evidencias empíricas.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publicó Los principios y estándares para la educación matemática en abril del año 2000, facilitando una guía para garantizar mayores logros en la enseñanza de esta ciencia. Igualdad, currículum, enseñanza, aprendizaje, evaluación y tecnología, son los principios curriculares que propone este documento para orientar la acción educativa. Además, delinea los estándares curriculares para intentar dar respuesta a qué contenidos y procesos matemáticos deberían los alumnos aprender, originando así dos categorías: los estándares de contenidos y los estándares de procesos. Entre los primeros presentan Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad, mientras que entre los segundos sitúan Resolución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación (NCTM, 2000).

En el contexto colombiano, para evaluar el nivel de competencia matemática de los estudiantes, las pruebas SABER evalúa las competencias de los estudiantes para enfrentar situaciones que pueden resolverse con el uso de algunas herramientas matemáticas. Tanto las competencias definidas para la prueba como los conocimientos matemáticos que el estudiante requiere para resolver las situaciones planteadas se contemplan en las definiciones de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional – MEN (2006) y Lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional - MEN, 1998) organizada en 5 pensamientos organizados en tres componentes: el numérico-

variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio. De acuerdo con lo anterior, se integran competencias y contenidos en distintas situaciones o contextos, en los cuales las herramientas matemáticas cobran sentido y son un importante recurso para la comprensión, la transformación, la justificación y la solución de los problemas que incluye la prueba (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - ICFES, 2017). Las pruebas SABER evalúa competencias matemáticas de comunicación, modelación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, reagrupadas así: el razonamiento y la argumentación; la comunicación, la representación y la modelación; y el planteamiento y resolución de problemas. En estas últimas quedan inmersas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (Contreras, 2013).

En la práctica de aula, es necesario lograr un clima matemático: Un alumno puede sentirse parte de una comunidad matemática en el aula, puede sentir que pertenece a la misma, en tanto que en el aula se respire un clima matemático. Nos referimos con ello a la sensación que necesariamente tiene que experimentar un alumno para con la matemática, a los efectos de trabajar los saberes disciplinares: estar convencido de que puede trabajar con ellos. Esto supone no sentirse imposibilitado, no sentir que la matemática es sólo para aquellos que tienen ciertas condiciones naturales, no sentirla lejos de la vida cotidiana (Steiman, 2005, p.78).

El maestro debe pensar en la forma de intervenir en el vínculo entre los alumnos y el saber matemático, teniendo siempre presente que los aspectos afectivos, sociales y cognitivos son indisolubles (Elichiry, 2001). Su papel es fundamental, tanto para lograr un ambiente y clima

adecuado como para poder pensar la realidad matemáticamente a través de la resolución de problemas. Pero yendo más allá aún, el docente de matemáticas debe ser capaz de dominar los conocimientos necesarios a ser enseñados e identificar los procesos. Una clara comprensión de las matemáticas enmarca las decisiones que los profesores toman cuando hacen sus planificaciones, los ajustes que se hacen mientras desarrollan su enseñanza y la reflexión después de la instrucción sobre el progreso que los estudiantes están haciendo hacia la meta (Pollio Lezama, 2015).

En este sentido, parece ser necesario que los docentes revisen la organización de las clases, y que se dé prioridad a los procesos, al razonamiento, a la resolución de problemas, a la interpretación y explicación de resultados, dejando de lado el abuso en el uso de algoritmos, o la mera memorización y utilización de reglas (Vilella, 2004). Este estudio analiza variables didácticas como el trabajo en equipo, la colaboración entre maestros, y no presta una atención explícita a los procesos matemáticos en la práctica docente. Dado que es un aspecto que consideramos fundamental en la enseñanza de las matemáticas, al investigar respecto de estos procesos se constata que existen pocos autores que reporten sobre la presencia de ellos en la práctica docente de los maestros de educación infantil y primaria. Alsina (2012), fundamenta esta debilidad desde tres puntos de vista: por un lado, en didáctica de las matemáticas la formación inicial es muy pobre; por otro lado, no abundan en esta etapa las investigaciones en educación matemática; y, por último, los currículos para las primeras edades no contemplan los procesos matemáticos.

Es claro que los aprendizajes matemáticos que se espera que logren los alumnos en educación infantil y primaria deben estar vinculados a lo cotidiano y/o familiar, pero al

mismo tiempo en el currículo español están planteados con menor detalle y especificación que lo que plantea el NCTM (Coronata & Alsina, 2013, 1438).

Se puede afirmar que las primeras etapas de la educación obligatoria han sido las más olvidadas, especialmente la de Infantil, respecto de la atención hacia las prácticas docentes en el ámbito de las matemáticas. Se detecta en las prácticas de aula de estos docentes una pobre incorporación de los procesos matemáticos a la enseñanza de la materia. No obstante, y en buena hora, diversas instituciones internacionales han reconocido la importancia de poder identificarlas y medirlas (Coronata & Alsina, 2013); (Alsina & Coronata, 2014). Coincidimos con estos autores en la importancia para la mejora de la educación y alfabetización matemática de todos los ciudadanos, y por lo tanto creemos vital considerar la presencia de los procesos en la práctica docente, por lo que el análisis de las mismas en este proyecto se planteará en la línea empleada por Alsina (2014).

Conclusión

La manera como se desarrolla el dominio afectivo en los docentes de matemáticas y como se relaciona con su práctica pedagógica se ha convertido en una cuestión de estudio; esto se evidencia en la cantidad y diversidad de investigaciones y publicaciones realizadas sobre el tema, es así como este campo de estudio constituye una línea de investigación. Esta revisión ha permitido identificar problemas que afectan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; los factores problemáticos son: las prácticas pedagógicas, el dominio afectivo, las concepciones sobre las matemáticas y actuaciones de los docentes frente a las dificultades en el proceso de enseñanza en los diversos niveles educativos tanto en docentes en formación inicial como en servicio. Lo que el docente

siente y percibe, sus expectativas, creencias y actitudes respecto a la matemática también juegan un importante papel en el tipo de práctica pedagógica que realiza. Desde esta perspectiva, es importante abordar el tema de la dimensión afectiva y trabajar en propuestas tendientes a la modificación de aquellas que no permiten el logro de aprendizajes significativos.

Bibliografía.

Aiken, L. (1970). Attitudes toward mathematics. *Review of Educational Research*, 40(4), 551-596.

Aiken, L. (1974). Two scales of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71.

Aiken, L. (1976). Update on attitudes and other affective variables in learning mathematics. *Review of Educational Research*, 46(2), 293-311.

Akey, T. (2006). *School context, student attitudes and behavior, and academic achievement: an exploratory analysis*. New York: NY: MDRC.

Alsina, A. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. Edma 0-6. *Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 1-14.

Alsina, A. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Revista Números*, 86, 5-28.

Alsina, A., & Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño construcción y validación de un instrumento de evaluación. Edma 0-6: *Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.

Assor, A., Kaplan, H., Kanat-Mymon, Y., & Roth, G. (2005). Directly controlling teacher behaviors as predictors of poor motivation and engagement in girls and boys: The role of anger and anxiety. *Learning and Instruction*, 15(5), 397-413.

Auzmendi Escribano, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitaria. Características y medición*. Bilbao:

Ediciones Mensajero.

Baroody, A., & Coslick, R. (1998). *Fostering children's mathematical power. An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. London: Lawrence Erlbaum Ass.

Bishop, A., & Nickson, M. (1983). A review of research in mathematical education: Part B. *Research on the social context of mathematics education*. Windsor, England: NFER-Nelson.

Brígido, M., Bermejo, M., Conde, M., Borrachero, A., & Medallo, V. (2010). Estudio longitudinal de las emociones en ciencias de estudiantes de maestro. *Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía e Educación*, 18(2), 161-179.

Carmona Marquéz, J. (s.f.). Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística. *Statistics Education Research Journal*, 3(1), 5-28.

Contreras, M. (2013). *Como elaborar preguntas y pruebas escritas para evaluar competencias matemáticas*. Bogotá: Editorial Tiempo de leer.

Coronata, C., & Alsina, A. (2013). *Contextos de aprendizaje de conocimientos numéricos en las primeras edades: un análisis de la presencia de los estándares de proceso*. Tercer Congreso Internacional de Educación en Ciencia y Tecnología y Quinto Congreso de Educación en Ciencia y Tecnología (pág. 1438). San Fernando del Valle de Catamarca (ARG): Facultad de Ciencias y Naturales.

Cuervo, J. (2009). *Construcción de una escala de actitudes hacia la Matemáticas (Tipo Likert) para niños y niñas entre 10 y 13 años que se encuentran vinculados al programa Pretalento de la Escuela de Matemáticas de la Universidad Sergio Arboleda*. Tesis Maestría. Bogotá D.C.: Universidad Sergio Arboleda.

DeBellis, V., & Goldin, G. (1999). Aspects of affect: Mathematical intimacy, mathematical integrity. En O. Zaslavsky, & Ed, *Proceedings of the 23rd conference of the international group for the psychology of*

mathematics education (págs. 249–256)). Haifa, Israel: PME.

DeBellis, V., & Goldin, G. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63.

Dogan, H. (2012). Emotion, confidence, perception and expectation. Case of mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 49-69.

Donoso R., P. (2015). *Estudio de las concepciones y creencias de los profesores de educación primaria chilenos sobre la competencia matemática*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10481/42049>

Elichiry, N. (2001). *Aprendizajes escolares. Desarrollos en psicología educacional*. Buenos Aires: Manantial.

Ernest, P. (1989). El Conocimiento, Creencias y Actitudes del Maestro de Matemáticas: Un Modelo. *Diario de Educación para la Enseñanza*, 15(1), 13-33.

Estrada, A. (2007). Actitudes hacia la Estadística: un estudio con profesores de educación primaria en formación y en ejercicio. En M. Camacho, P. Flores, P. Bolea, & (eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (págs. 121-140).

Feierabend, L. (1960). Review of research on psychological problems in mathematics education. *Research problems in mathematics education*.

Fernández César, R., & Aguirre Pérez, C. (2010). Actitudes iniciales hacia las matemáticas de los alumnos de grado de magisterio de Educación Primaria: Estudio de una situación en el EEES. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 23, 107-116.

Fernández César, R., Solano Pinto, N., Rizzo, K., Gomezescobar Camino, A., Iglesias, L., & Espinosa, A. (2016). Las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes y maestros de educación infantil y primaria: revisión de la adecuación de una escala para su medida. *Revista*

Iberoamericana de Ciencia, Tecnología y Sociedad- CTS, 11(13), 227-238.

Fernández-Abascal, E., Jiménez, M., & Martín, M. (2003). *Emoción y motivación*. Madrid: Centros de Estudios Ramón Areces.

Gairín, S. (1990). *Las actitudes en educación. Un estudio sobre educación matemática*. Barcelona: Boixareu Universitaria.

Giné de Lera, C., & Deulofeu Piquet, J. (2014). Conocimientos y Creencias entorno a la Resolución de Problemas de Profesores y Estudiantes de Profesor de Matemáticas. *Revista Bolema*, 28(48), 191-208.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada.

Goldin, G., Rosken, B., & Torner, G. (2009). Beliefs – No Longer a Hidden Variable in Mathematical Teaching and Learning Processes. En J. Maaß, W. Schölglmann, (Eds), *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education* (págs. 1-18). Rotterdam: Sense Publishers.

Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática Emocional*. Madrid: Narcea.

Gómez-Chacón, I. (2003). La tarea intelectual en matemáticas: afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 22-247.

Gomézescobar Camino, A., & Fernández César, R. (2016). *Las actitudes hacia las matemáticas de maestros de educación infantil y primaria difusión de la investigación*. IX Jornadas dedifusión de la investigación, Seminario Permanente de Ciencias Sociales. Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas de la Universidad de Castilla La Mancha.

Hart, L. (1989). Describing the affective domain: saying what we mean. En D. McLeod, & V. Adams, *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (págs. 37- 48). Nueva York: Springer-Verlag.

Hernández, C. A. (2009). Caracterización

de la actividad demostrativa en la Educación Superior en estudiantes de Licenciatura en Matemáticas e Informática (tesis de maestría). Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal – Venezuela.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - ICFES. (2017). *GUÍA Saber 11 Lineamientos generales para la presentación del examen de Estado*. Bogotá.

Jong, C., Hodges, T., Royal, K., & Welder, R. (2015). Instruments to Measure Elementary Preservice Teachers' Conceptions. *Educational Research Quarterly*, 39(1), 21-48.

Lang, P. (1971). The application of psychophysiological methods to the study of psychotherapy and behavior modification. En A. Bergin, S. L. Garfield (Eds), *Handbook of Psychotherapy and Behavior Change* (págs. 75-125). New York: Wiley.

Lang, P. (1995). The emotion probe. Studies of motivation and attention. *American Psychologist*, 50, 372-385. doi:doi:10.1037//0003-066X.50.5.372

Lang, P. (s.f.). The emotion probe. Studies of motivation and attention. *American Psychologist*, 50, 372-385. doi:doi:10.1037//0003-066X.50.5.372

Larson, L. (1983). *Problem-Solving Through Problems*. New York: Springer-Verlag.

Linares, S. (1996). Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, Creencias y Contexto en Relación a la Noción de Función. *Desenvolvimento Profissional dos Professores da Matemática. Que Formação?. Secção de Educação Matemática* (págs. 47-82). Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Macleod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D. A. Grows, (Eds), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 575-596). Nueva York: Macmillan N.C.T.M.

Martín M., S. (2011). Aprendizaje y

enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. *Buenas prácticas. Educatio Siglo XXI*, 29(2), 199-224.

Martínez Padrón, O. (2005). *El dominio afectivo en la Educación Matemática: Aspectos teóricos-referenciales a la luz de los Encuentro Edumáticos*. Turmero, Venezuela: Universidad.

Martínez S., G., García G., M., Carrillo, C., Jiménez, L., Lemus, M., Lom, F., Miranda, M. (2015). Estudio sobre el dominio afectivo en Matemática Educativa. *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (págs. 421-430). Oaxaca: 2014.

Mato, M., & De la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *PNA*, 5(1), 197-208.

Méndez M., I. (2015). *Prácticas docentes y rendimiento estudiantil. Evidencia a partir de TALIS 2013 y PISA 2012*. Gobierno de la Rioja e Instituto Nacional de Evaluación Educativa: Fundación Santillana.

Mihalko, J. (1978). The answers to the prophets of doom: mathematics teacher education. En D. B. Aichele, (Ed.), *Mathematics teacher education: critical issues and trends* (págs. 36-41). Washington: National Education Association.

Ministerio de Educación Nacional - MEN. (1998). *Serie lineamientos curriculares Matemáticas*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional - MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá.

Martínez-Atero, R. N., & Nortes, A. (2014). Tienen ansiedad hacia las matemáticas los futuros matemáticos. *Revista de curriculum y formación del profesorado*, 18(2), 153-170.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. Commission on Standards for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston VA: The Council.

<http://www.standards.nctm.org/index.htm>

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: The Council.

Pérez L., L., Niño O., D., & Páez A., L. (2010). Actitudes, Aptitudes y Rendimiento Académico en Matemáticas. *11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (págs. 649-656). Bogotá.

Pérez, S., & Guillén, G. (2009). Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de un curso-taller como técnica para la obtención de datos. En M. J. González, M. T. González, J. Murillo, (Eds), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM Santander*. España: Universidad de Valencia.

Pollio Lezama, A. (2015). De los principios y estándares para la educación matemática a los principios para la acción. *Actas de los trabajos expuestos en el 5º Congreso Uruguayo de Educación Matemática* (pág. 29). Montevideo: Instituto Tecnológico Superior - Buceo.

Sánchez, J., & Ursini, S. (2010). Actitudes hacia las matemáticas y matemáticas con tecnología: estudios de género con estudiantes de secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-Relime*, 13(4), 303-318.

Sánchez, J., Segovia, I., & Miñán, A. (2011). Exploración de la ansiedad hacia las matemáticas en los futuros maestros de educación primaria. Profesorado. *Revista de currículo y formación del profesorado*, 15(3), 207-312.

Steiman, J. (2005). ¿Qué debatimos hoy en la didáctica?: las prácticas de enseñanza en la educación superior. Aires: Jorge Baudino- UNSAM.

Valle, A., Regueiro, B., Piñeiro, I., Sánchez, B., Freire, C., & Mar, F. (2016). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de Educación Primaria: Diferencias en función del curso y del género. *European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education*, 6(2), 119-132.

Vila Corts, A., & Callejo de la Vega, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: NARCEA.

Villella, J. (2004). *Didáctica de la Matemática*. Buenos Aires: Jorge Baudino Ediciones.

Wood, E. (1988). Math anxiety and elementary teachers: What does research tell us? *For the Learning of Mathematics*, 86, 8-13.

Wu, S. S., Barth, M., Amin, H., Melcarne, V., & Menon, V. (2012). *Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement*. *Front Psychol*. doi: 10.3389/fpsyg.2012.00162.

Young B. C., Wu, S. S., & Menon, V. (2012). The Neurodevelopmental Basis of Math Anxiety. *SAGE Journals*, 23(5), 492-501. doi:<https://doi.org/10.1177/0956797611429134>

Zakaria, E., & Nordin, N. (2008). The Effects of Mathematics Anxiety on Matriculation Students as Related to Motivation and Achievement. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 4(1), 27-30.

MEASURING THE IMPACT OF ENVIRONMENTAL MISCONDUCTS ON THE FINANCIAL PERFORMANCE: EVIDENCE FROM A NOVEL DATASET

Stefano Manfredonia

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata", Italia
Facoltà di Economia - Máster of Science in Economics

Abstract

In my dissertation I studied the effect of a reputational damage on a firm's financial performance using a unique and rich panel dataset on more than three hundred worldwide companies from 2007 until 2016. My results support corporate social responsibility thought by showing that a reputational damage due to environmental misconducts negatively affects the financial performance through the decrease of the stock prices. According to the dividend discount model, once I control for the earnings per share and the earnings per share growth, I can interpret the decrease of the stock prices as a consequence of the higher premium risk required by financial investors. Other interpretations receive less support by the results. Therefore, I could conclude that a negative environmental reputation affects the financial performance of a firm because of the decrease of the stock prices, which are crucial for the achievement of financial resources, and it has to be considered as an incisive factor of risk that should be taken into account.

Introduction

Considered ten years ago something "nice to have" but not essential, reputation is actually considered a core asset and has shifted to the top of the agenda for many CEOs and senior executives. As a matter of fact, history has shown us the importance of reputation for the success and the survival of each firm and that a reputation damage could bring to a conflict with the stakeholders and so, *coeteris paribus*, to economic downturns due for example to a decrease in sales or to an increased operating costs. In extreme cases a bad reputation has even led to bankruptcy. We can for example look at Ilva¹'s case where environmental decisions and a contention with the stakeholders led to the paralysis of the production after a legal sentence and to corporate bankrupt. Despite all there is still a part of the economists supporting the shareholder's theory introduced by Milton Friedman. In its

theory Friedman argued that the only responsibility of business is to increase the profits, obviously within the limits of the compliance of the laws. According with this thought, there are no any incentives for the managers to run an activity that not only takes into account and embraces the shareholder's interests but also considers the interest of all that people that are somehow linked to the company, the shareholders ("any group or individual who can affect or is affected by the achievement of the organization's objectives" according with the definition given by Edward Freeman in its most famous book "Strategic Management: A stakeholder approach"). The purpose of my project is to find evidence that a respectful conduct towards the environmental not only generates positive externalities for the community as a whole but also generates benefits for the firm itself. In particular, in this paper, I am going to focus on the effect of a negative environmental

¹ Italian firm dealing with steel production and transformation

reputable damage analysing its effects on the financial performance and on the riskiness of a firm using a unique reputational risk index created through the analysis of the spread of bad news and investigating the shareholder's reaction to environmental issues.

I will analyze the effect of the spread of negative news focusing both on the old and on the new media giving in this way emphasis to the importance the whole web and the social media are assuming today in the spread of news. Indeed today internet and social medias are widely used by all the social classes and are becoming the most commonly used and important media in the world. We can for example look at the Chinese social media "Weibo", that is actually the most influential media in China and it is the permanent rumour of the largest population in the world giving for the first time the possibility to the Chinese people to denounce abuses, rank priorities and improve the open access institutions.

In this paper the data source for the reputational risk index I used is "RepRisk", a Swiss company provider of information about reputational risk for important financial intermediaries and institutions, and it looks to perfectly measure the perception of the public using all kinds of medias. It will be better described in the third chapter.

According with my intuition, the results show evidence that environmental misconducts lead to a decrease of the stock prices, that are fundamental for the firms to provide the financial resources in order to follow regularly their activities. Once we control for the earnings per share and the earnings per share forecast, the results show insight that the fall of the prices is due to an higher risk perceived by the financial investors and so to an higher risk premium. On the other side, I did not find any evidence that social and governance misconducts have any effect on the stock prices and on the firm's financial performance and riskiness.

The contribution of my paper gives its support on corporate social responsibility thought. According with my results, a respectful attitude towards the environment leads to a better financial performance and a lower entrepreneurial risk, probably due to the minimization of the conflicts with the stakeholders, positively influencing in this way the survival and the success of a firm.

The paper is organized as follows. Firstly I am going to provide an overview of the theoretical framework. Secondly I am going to describe the dataset I created and subsequently I am going to analyze the data and the main econometric results. Finally, in the conclusions I am going to sum up the results I got and their interpretation.

Theoretical Framework

According to the stakeholder's theory, the enterprises should not just address their activities looking at the profit's maximization to be successful but also have to devote them self to the interests of all those who are influenced by their businesses, the stakeholders. Indeed the stakeholders can in the long or in the short run strongly influence with their actions the firms' s survival and their economic results. In the absence of stakeholders the company would not exist and for this reason, using R.E. Freeman's words, the pioneer of the stakeholder's theory, who governs the enterprise has to take into account the rights, interests and expectations of all those who may be affected by managerial decisions and who, at the same time, may exert their influence on the results of such decisions.

The stakeholder's theory gave emphasis to the spread of topics related with the ethics and the social responsibility in the management. These can be included into the *modus operandi* and the researches concerning Corporate Social Responsibility.

Corporate Social Responsibility¹ is not just the compliance and the respect of the law but it consists into the firm's willing to adopt a daily routine with the final purpose to generate positive economic results for itself and positive externalities for the contest where it lives and works taking into account in their commercial operations and in the relations with the stakeholders social and environmental concerns and raising the standards of social development, environmental protection and respect of fundamental rights. In this way the company will be credited in the civil society by proving to be a good citizen, will gain the confidence of the people and will be accepted as a trusted partner in business relations. According with this words Corporate Social Responsibility does not only represent a social and economic commitment but it is a real business strategy which can enable the company to obtain a competitive advantage and improve in this way its profitability. In this context reputational risk² assumes particular relevance. It can be defined as the riskiness of loss of profits resulting from damages to a firm's reputation, caused by an adverse or virtually criminal event even if the company is not found culpable. In particular reputational risk can manifest oneself through a different number of ways: directly as the result of the actions of the firm itself; in an indirect way due to the actions of the managers or of their

employees; or tangentially through other related parties, such as joint venture partners or suppliers. According with this theoretical framework the reputational risk index I used in this analysis looks relevant to capture all this aspects and, furthermore, it is decomposed into three elements: environmental, governance and social issues.

For what concerns the research, reputation and its effects are not topics yet unexplored. First of all Alfred Marshall in 1923 focused on the correlation between price and notoriety. From that moment economists and researchers gave their contribution to the field in different ways, especially in microeconomics and finance.

Some researches focused their attention on the multitude of the favourable effects of a good reputation within different stakeholders group. In particular reputation has been demonstrated as being an important shock absorber reducing the negative impact on companies of negative news. Lins et al. (2016) showed that firms with an high corporate social responsibility reputation resist better to financial crisis probably because are trusted more by financial investors. Minor and Morgan (2011) demonstrated that strong CSR reputaor establish new, business relationships and continued access to sources of funding (eg through the interbank or securitisation markets).

¹ A relevant definition of CSR, commonly used in Europe, is the definition given by "Green Paper", published by the European Commission in 2001. According with the Green Paper, CSR is defined as "the integration of social and environmental concerns in their business operations and in their interaction with their stakeholders on a voluntary basis. Social responsibility practices primary involve employees and relate to issues such as investing in human capital, health and safety, and managing change, while environmentally responsible practices relate mainly to the management of natural resources used in the production..Corporate social responsibility extends beyond the doors of the company into the local

community and involves a wide range of stakeholders in addition to employees and shareholders: business partners and suppliers, customers, public authorities and NGOs representing local communities, as well as the environment."

² Reputational Risk is assuming today relevance in the firm's world. In particular it has been mentioned in 2004 from Basel II as specific risk of management that has to be considered and monitored by the banks. In this framework it has been defined as "the risk arising from negative perception on the part of customers, counterparties, shareholders, investors or regulators that can adversely affect a bank's ability to maintain existing,

tion helps companies to reduce the negative effect of product recalls in terms of abnormal returns calculated at the event date. Deng et al. in 2013 showed that conflicts that should arise during the merger and their negative impacts are minimized if corporate social responsibility is strong.

Other researches concentrated their attention on other important aspects of the reputational risk's impact. Fiordelisi et al. (2013) found a positive correlation between the reputational risk of a firm and their profits and size.

This work is also related to other papers that have focused their attention on governance behavior and frauds. Murphy, Shrieves and Tibbs (2004) examined the relationship between corporate misconduct, such as antitrust violations, bribery, fraud, and copyright infringements, and risk and profits. Karpoff and Lott (1993) focused their attention on the effect of criminal fraud on reputational penalty. Perry and de Fontnouvelle (2005), looking at the stock prices, identified the existence of reputational risk in operational loss events where stock market declines more than the announced loss amount and in particular found that internal fraud is relevant while they did not find any evidence that externally-caused losses have any reputational impact. In my paper I am going to focus on the importance for the firms to assume a behaviour respectful with respect to the environmental in their activities and management in order to get a better financial performance in return but I will also take into consideration governance and social issues. In particular I am interested to check if a business strategy environmentally responsible minimizes the business risk generating in this way a better financial performance. So I will concentrate on one of the most important impacts the reputation has on: the financial performance, largely based on the expectations of the financial community, which represent the expectations of all the stakeholders, and that

I will find that are strongly negatively influenced by environmental issues, reflected by the decrease of the stock prices. Unlike many other papers, in my thesis I will consider and analyze just the effect of the spread of negative news. In the last years the impact of negative events on reputational losses in the financial industry has been examined by several papers in the literature with different focuses. Cummins, Lewis and Wei (2004) focused their attention on the announcements of operational loss and similarly in 2005 Richardson, Palmrose and Scholz focused on market reaction to restatement announcements.

Considering just the bad news will give us a better representation of the real situation of the firm and of the real perception of the stakeholders. Indeed my reputational risk index did not consider good news because these mainly come from internal sources and corporate balances of the firms and for this reason should be easily manipulated and should not represent the reality.

I am actually moving on the third chapter and I am going to describe the dataset I constructed for the analysis.

Dataset Description

Data

In order to advance my own research I created a monthly panel dataset with approximately 5000 observations on more than four hundred firms from thirty countries all around the world between 2007 and 2016. The firms I considered in the data-set have different sizes and work in different sectors. For this reason I can conclude that the sample I used is representative for each kind of firm and our results are generally valid. For the creation of the data-set I have not just considered information about the financial characteristics of the firms. In particular, beyond the reputational risk index and its decomposition, I also included different aspects concerning the general

characteristics of each firm (sector, dimension and country of affiliation), economic performances indexes (earning per share, earning per share forecast, returns on asset, return on equity, price earnings ratio), economic risk indexes (beta and percentage of debt over capital) and finally I considered other variables concerning the characteristics of the countries where each firm lives and works as well. I have listed the variables and their characteristics in Table 1.

The main variable of interest of my research is the reputational risk index the Swiss company “RepRisk” kindly made me available in order to find and evaluate the impact of environmental misconducts on the financial performance and riskiness.

“RepRisk” is a global trustful leading research and business intelligence provider specialized in risk management, working in this field for over ten years, and it is the main provider of information about reputational risk for important financial intermediaries, insurance providers, supply chains, leading corporates and institutions. It runs the most comprehensive database on environmental, social and governance risks in the world and delivers curated data on a daily basis. Furthermore RepRisk data is provided through Wharton Research Data Services (WRDS), the Wharton School’s award-winning data analytics and research platform that serves over 30,000 users in 33 countries, is supplemented in the annual corporate assessment process for the Dow Jones Sustainability Index (DJSI), is used by the Carbon Disclosure Project (CDP) in its annual review of corporate carbon performance and by FTSE Russel in the company review and selection process for the FTSE4Good Index Series.

The “RepRisk” reputational risk index assesses risk capturing and analysing data from media, stakeholders and other sources external to a firm. It is often defined by their users as a “reality check” for the actual reputational situation of the firms. Indeed it is

different from other kinds of reputational risk indexes. In particular it is able to capture the perception of the people using all kinds of medias considering just the spread of bad news, exceeding the well-known limits of the classical CSR indicators that are often constructed considering also both positive and negative news coming from internal sources and corporate balances and that are for this reason easily subject to ethical or green-washing and should not represent the real situation of a firm.

The “RepRisk” reputational risk index is composed through both an artificial intelligence and hand-on human analysis. The information is based on news taken from a broadest daily updated range of sources including not only the traditional media such as international and local newspapers but also that social medias that are becoming increasingly relevant in more recent times such as online news and news-wires, blogs, social media and the world wide web, screening over 80000 media and stakeholder sources every day.

After a first data screening the information are delivered to a trained team of analysts who curate the data according with their purpose, classify it in terms of severity (in particular looking on their effects on health, deliberate behavior or unintended accident), scope (based on type and extension of media coverage) and novelty. Information comes from different providers including non-governmental organizations, governmental agencies and are collected in fifteen languages and with a global scope delivering. Subsequently, once curated and analyzed, relevant information are classified into 25 categories according to a taxonomy built by RepRisk that follows international ESG standards having as reference the World Bank Group Environmental, Health, and Safety Guidelines, the IFC Performance Standards, the Equator Principles, the OECD Guidelines for Multinational Enterprises, the ILO Conventions, and more. After the review and the approbation of a

senior analyst, the reputational risk is quantified through a risk matrix and the data can be distributed. Collecting news in different languages is an important characteristics and advantage of the “Reprisk” index. By doing so it is possible to study the impact of negative news from the moment in which the information is diffused until the moment in which it is known at international level, perfectly capturing in this way the impact on the stakeholder perception. Furthermore “Reprisk” analysts do not deliberately check the verity of the news since what matters is the perception of the public echoing information from media sources.

The reputational risk index is finally decomposed into three elements: environmental, social and governance issues. According with the theoretical framework these are the main sources of reputational damage. In our analysis environmental issues mainly include all that issues correlated with environmental footprint (global and local pollution, impacts on ecosystem, wasting of sources, animal mistreatment). Social issues include all that concerns related with community relations (human right abuses, impacts on communities, local participation issues, social discrimination) and employ relations (forced labor, child labor, discrimination in employment, freedom of association and collective bargaining). At last governance issues include all that problems related with corporate governance (corruption, bribery, extortion, fraud tax, evasion tax, optimization misleading communication). Besides these three subdivisions of the reputational risk index I got a reputational risk index mean for each sector and country that I will include in my regressions.

The dependent variable I used to estimate the impact of environmental issues on the stock prices is the price earnings ratio. In my data-set, it is given by the ratio between the stock price and the earnings per share of an enterprise for each date. Anyway it can also

be expressed as the ratio between the stock market capitalization and the profits achieved.

This variable allows us to check if the values of the stock prices decrease with the variation of our independent variables and furthermore it allows us to understand how the stakeholder’s expectations change. Higher the price earnings ratio, higher are the expectation of the financial investors about the growth of the society. Furthermore the price earnings ratio is really useful to understand other important characteristics of a firm, such as the riskiness.

Descriptive Statistics

In order to create my data-set, “RepRisk” company made me available data about the reputational risk index, its decomposition according to the kind of issue that generates the reputational damage (environmental, governance or social issues) and the reputational risk index mean for each sector and country for 470 firms. Anyway I did not have the opportunity to find for all this firms all the financial characteristics I needed and for this reason in the data-set there is financial missing data for about fifty firms.

Analyzing the data-set I got important information that I had to consider running and interpreting my regressions. First of all in my sample there is an high percentage of firms working in the industrial and in the utility sectors, while a lower percentage of firms working in the transportation and in the bank sectors (Figure 2). Furthermore most of them are European firms (48.87%).but there is a big fraction of Asian and North American firms as well (Figure 3).

I found that the reputational risk index is higher in the countries of North America(Figure 4)(I did not consider Latin America because it is a sample too small to be considered as representative). Probably in these countries there is an higher attention given to the media to this kind of issues, given the high importance given by the

society to the respect of the law and the democracy, and the spread and the diffusion of negative news concerning the behaviour of the firms are more common.

According with the paper written in 2013 by Fiordelisi et al., I found that there is a positive correlation between the reputational risk index and the size of a firm, measured through its total assets. Indeed bigger the firm, higher is its social and environmental impact and higher is the attention given by the medias to its behaviour. For this reason I will include this variable in my regressions. Furthermore, analyzing the data, I found that my reputational risk index is strongly influenced by seasonality. For this reason I had to consider this aspect in my regressions.

Another important variable I am going to consider in my regressions is the beta coefficient. In particular this variable allows us to check if a decrease of the stock prices of a firm is due to other kinds of riskiness. Examining carefully this variable, a potential problem that could arise is due to its high distortion to the top, with exaggerated values over the 95th percentile. In my regressions I will deal with this problems bounding the variable at this threshold.

Econometric Framework

Econometric Model

In my econometric model the dependent variable Y_{ij} is the price earnings ratio of the firm i at time j . I will use this variable in order to analyze the impact of the variations of the independent variables, in particular of my environmental reputational risk index, on the stock prices, on the expectations of financial investors and on the riskiness of a firm.

The price earnings ratio is mainly influenced by four factors: the efficiency and the performance of a firm, the expectations about the future economic performance, the riskiness and other firms characteristics. For

this reason I can write the price earnings ratio as a function of four elements:

$$Y_{ij} = f(A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}) \quad (1)$$

where, for each firm i at time j , A represents the economic performance and efficiency, B represents the expectations at time j of the financial investors about future economic results, C represents the factors of risk and D represents other characteristics of the firm.

In our model I will write the riskiness of a firm as the linear function:

$$C_{ij} = \alpha \times X_{ij} + \beta \times Z_{ij} + \omega_{ij} \quad (2)$$

where the matrix x_{ij} represents both the operational and specific riskiness captured in my model by the beta coefficient and by the percentage of debt over capital, the matrix z_{ij} represents the reputational risk of a firm and ω is an error term.

The reputational risk z_{ij} could arise for environmental, governance and social misconducts. Furthermore, in some regressions I included as control the sector country average reputational risk index. In this way the parameters of the environmental, governance and social reputational risk indicators measure the impact they have on the price earnings ratio once we move from this average.

Finally, assuming a linear probability model, I obtain this final equation I will estimate:

$$Y_{ij} = \iota \cdot A_{ij} + \kappa \cdot B_{ij} + \lambda \cdot C_{ij} + \mu \cdot D_{ij} + \xi \cdot TE_j + \pi \cdot UC_i + v_{ij} \quad (3)$$

where, beyond the previous factors already described, v represents a composite error term, UC are unobserved firm fixed effects for which I cannot control for and TE stands for time effects that I have to include in the analysis. In particular, I will control for aggregate time effects through the use of monthly and yearly dummies in my regressions in order to account for annual and monthly fluctuations.

The coefficients of interest in my regressions in order to test the null hypothesis is the λ vector.

Pooled And Fixed Effect Estimators

In order to estimate the previous equation, I started with simple pooled ordinary last square estimators, capturing both a between and within effect. Inference has been done robust to serial correlation and heteroskedasticity.

Given that my dependent variable, the price earnings ratio, is not normally distributed, I estimated the same regressions using bootstrapped estimators in order to check the robustness of my results. Furthermore bootstrapped estimators are able to capture more accurate standard errors.

To get unbiased pooled OLS estimators, I have to assume that there is no correlation between firms nor across time periods for any firm and that there are not unobservable characteristics of the firms correlated with our covariates. It is clear that for this reason my pooled OLS estimators are biased due the omissions of important variables.

With respect to our variable of interest, the environmental risk index, the bias will be negative if there is a negative correlation between the environmental risk index and unobservable characteristics. For example, the manager of a firm should own a respectful attitude with respect to the environment by its own nature or should be more able to hide the mistakes made. On the other side, it should be upward biased considering that there are some firms more easily subjected to the emergence of environmental problems, for example firms that can easily hit the environment with their business. There is no way to consider this firm characteristics in my regressions.

In order to deal with this problem and eliminate the firms fixed effects, I run a fixed effect estimator, capturing in this way the between firms effect. In this way I eliminated the unobservable time invariant characteristics.

As in the pooled OLS estimators, inference has been done robust to serial correlation and heteroskedasticity. Finally, dealing with the no normality distribution of my dependent

variable, I tested again the robustness of my results with the bootstrapped estimators.

IV Estimators

The fixed effect estimator improved my estimation, eliminating the unobservable firm fixed effects, source of endogeneity. Anyway, my regressions are still not completely unbiased. Indeed our independent variable of interest, the environmental reputational risk, could still be correlated with current realizations of the error. For example, in my regressions I did not have way to consider important macroeconomic aspects or some aspects of the market trend that should somehow affect the environmental reputational risk index.

In order to improve my analysis, I run an instrumental variable regression, using as instrument the 9-month lagged average country sector reputational risk index.

Note that I used the same variable as control in the POLS and fixed effect estimators. Its insignificant effect on the price earnings ratio in the previous regression is a good indication of its possible validity as instrument. On the other side, it is clear its relevance for the environmental reputational risk index, being the average country sector reputational risk index correlated with the environmental reputational risk index.

The F-test on excluded instruments at first stage confirms this hypothesis by showing that the instruments are strongly significant at first stage. Again the Anderson-Rubin Wald test shows that the null of validity of instruments is not rejected at 99 percent level, and the Kleibergen-Papp LM statistics shows that the instruments are valid and the model is not underidentified.

Results and Interpretations

In the Table 2 I reported the results of our pooled effect estimators. In the first column I controlled for the most important variables. In particular, according with the econometric

and the theoretical framework, in my regressions I considered economic performance indexes, risk indexes and the expectations of the financial investors. In the second and in the third column I gradually controlled for the earnings per share and for the earnings per share growth, for the sector and for the macro-area.

The results show that a unit variation of the environmental risk from the average country sector reputational risk involves a negative variation of the dependent variable between 0.684 and 0.563, with a level of significance of 0.01%. Looking at the price earnings ratio distribution, it consists with an average variation of the price earnings ratio of around 2 points.

The results are still consistent and stronger in bootstrapped estimators.

Therefore, the no normality distribution of my dependent variable does not affect the results. I reported the results of this estimators in the Table 3.

As we know, the pooled OLS estimator gave us both the between and within effect. Anyway, this estimator is biased because I omitted time invariant firm characteristics correlated with the environmental risk index. In order to deal with this problem, I estimated a fixed effect estimator, eliminating in this way the unobservable firm fixed effects I did not consider in the pooled OLS estimators.

The results are still consistent and stronger with respect to our null hypothesis. A one point variation of the environmental risk index leads to a decrease of the dependent variable of around 0.85. It consists of a huge fall of the price earnings ratio. I showed the results in Table 4. Comparing the Table 3 and the Table 4, it is clear that the pooled effect estimator is downward biased and there is a negative correlation between the environmental reputational risk index and the error term.

Again I reported the bootstrapped estimators in the Table 4. These are strongly consistent with our null hypothesis and again the no

normality distribution of the dependent variable does not affect our results.

Finally in the Table 5 I reported the results of the instrumental variable regression. The results are still consistent with our hypothesis.

According with the dividend discount model, the stock price is strongly correlated with two factors. It is positively correlated with the future earnings of a firm and it is negative correlated with the risk the financial investors have to support to hold the stock. For this reason, higher the expectation for the future earnings, higher will be the stock price; higher is the risk premium

5. Results and Interpretations

required by the market, lower will be the stock price.

Once I control for the earnings per share and the earnings per share growth, I can conclude that the decrease of the stock prices is due to an higher risk perceived by the financial investors and so due to an higher risk premium required by the market.

The risk arises for different reasons. First of all, an environmental misconduct could lead to a conflict with the stakeholders. The conflict could bring to the cancellation of agreements, end of relationships with the partners, loss of costumers and it will be also more difficult for the firms to attract new potential workers. At the same time, the reputational issues could lead to legal problems or to the downgrading by rating companies. So this could, *coetiribus paribus*, decrease the profits of the firms and could even lead to bankrupt in the case the conflicts bring to a reputational crisis.

Conclusions

In my dissertation I studied the effects of a reputational damage caused by environmental misconducts focusing on its impact on the financial performance and on the riskiness. In particular I found that environmental concerns affect the performance of a firm more than other kinds of misconducts. To the best of my

knowledge, it is the first time that someone gave emphasis to this important source of reputational risk.

My results support corporate social responsibility thought. I have demonstrated, using a novel panel dataset on more than three hundreds firms all around the world and a unique reputational risk index, that a respectful attitude towards the environmental leads to a better financial performance.

In addition to their negative externalities and to environmental damage, behaviours that are not respectful with respect to the environment lead to a huge decrease of the firm's stock prices. In particular, it has been proved that the fall of the stock prices is due to an higher risk premium required by the financial investors to hold the stocks. The results are still significant if I include a large set of controls, if I control for firm fixed effects and if I deal with other possible sources of endogeneity.

An increase of our environmental reputational risk index turns out to cause a huge damage for the firms. Indeed it largely affects the stock prices that are the first source of funding for the firms and increase exponentially the level of risk perceived by financial investors. Furthermore, the decrease of the stock prices is a destruction of value for the shareholders.

I can conclude that reputational risk arising from environmental concerns is an important source of risk for the firms and affects the financial performance due the decrease of the stock prices. According to my results, it is convenient for the firms to behave respectfully with respect to the environment, minimizing the entrepreneurial risk of the firms and leading in this way to a better financial performance.

References

Cummins, Lewis and Wei (2006), The market value impact of operational loss events for US banks and insurers, Journal of Banking Finance

Delgado-García and Dièz-Esteban, 2011, The Impact of Corporate Reputation on Firm Risk: A Panel Data Analysis of Spanish Quoted Firms, British Academy of Management

Edmans, Alex, 2011, Does the stock market fully value intangibles? Employee satisfaction and equity prices, Journal of Financial Economics

Gao, Feng, Ling Lei Lisic, and Ivy Zhang, 2014, Commitment to social good and insider trading, Journal of Accounting and Economics

J. Detemple , and S. Murthy . "Intertemporal Asset Pricing with Heterogeneous Beliefs." Journal of Economic Theory

Karpoff and Lott, 1993, The Reputational Penalty Firms Bear from Committing Criminal Fraud, Journal of Law Economics

Kitzmueller, Markus, and Jay Shimshack, 2012, Economic perspectives on corporate social responsibility, Journal of Economic Literatur Lins, Servaes and Tamayo, 2017, Social Capital, Trust, and Firm Performance: The Value of Corporate Social Responsibility during the Financial Crisis, The journal of the American Finance Association

Merton. "A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information." Journal of Finance, 42 (1987)

Murphy, Shrieves and Tibbs (2004), Reputation Understanding the Penalties Associated with Corporate Misconduct: An Empirical Examination of Earnings and Risk, Journal of Financial and Quantitative Analysis

Perry and De Fountnouvelle, 2005, Measuring Reputational Risk: The Market Reaction to Operational Loss Announcements, Federal Reserve Bank of Boston

Richardson, Palmrose and Scholz (2015), Determinants of market reactions to restatement announcements, Juournal of Accounting and economics

Xin Deng, Jun Ko Gan (2013), Corporate social responsibility and stakeholder value

maximization: Evidence from mergers,
Journal of Financial Economics



Appendix

Tables

Table 1: Variables

<u>VARIABLES</u>	-1	-2	-3	-4	-5
	<u>Observations</u>	<u>Mean</u>	<u>SD</u>	<u>Min</u>	<u>Max</u>
Price Earnings Ratio	41,956	28.20	116.7	0.100	6,422
Environmental RRI	54,32	2.275	4.924	0	48
Social RRI	54,32	4.852	7.889	0	59.25
Governance RRI	54,32	4.484	8.428	0	73.87
Country Sector Average RRI	54,32	23.36	10.28	0	90
Earnings per Share	44,683	2.284	5.597	0.120	97.45
Beta	44,688	0.975	0.778	-0.280	24.52
Forecast Earnings Per Share	43,537	2.728	6.190	-13.69	113.0
ROI	45,824	9.915	24.37	-178	384.2
Perc. debt/capital	46,341	38.67	40.80	-75.87	152
Earnings Per Share Growth	43,019	0.441	2.215	-72.13	41.10

30

Table 2: Pooled Ordinary Least Square Estimators

<u>VARIABLES</u>	(1) <u>POLS</u>	(2) <u>POLS2</u>	(3) <u>POLS3</u>
Enviornmental RRI	-0.684*** (0.167)	-0.672*** (0.166)	-0.563*** (0.208)
Social RRI	-0.065 (0..190)	-0.0764 (0.191)	-0.219 (0.217)
Governance RRI	-0.055 (0.162)	-0.0674 (0.161)	-0.0827 (0.180)
Country and Sector Average RRI	0.287* (0.164)	0.278* (0.166)	0.307* (0.161)
Beta	7.20 (4.25)	7.475* (4.293)	8.198 (5.027)
Perc. debt/capital	0.025 (0.029)	0.0312 (0.0310)	-0.0136 (0.0436)
ROI	-0.086 (0.134)	-0.0533 (0.136)	-0.451** (0.187)
Total Assets	0.911** (0.417)	0.838** (0.419)	-3.455* (1.865)
Forecast Earnings Per Share	0.881*** (0.164)	4.132*** (1.400)	3.458** (1.422)
Earnings Per Share		-3.289** (1.333)	-4.220*** (1.575)
EPS Growth		-1.868** (0.877)	-0.963 (0.655)
Observations	38,762	38,698	36,864
R-squared	0.0521	0.0527	0.013
Monthly dummies	YES	YES	YES
Yearly dummies	YES	YES	YES
Macro-region dummies	NO	NO	YES
Sector NO	NO Robust standard errors in parentheses		YES

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Table 3: Bootstrap Pooled Ordinary Least Square Estimators

<u>VARIABLES</u>	(1) <u>Bootstrap</u>	(2) <u>Bootstrap1</u>	(3) <u>Bootstrap2</u>
Environmental RRI	-0.684*** (0.0556)	-0.672*** (0.0593)	-0.563*** (0.0749)
Social RRI	0.0651 (0.0489)	-0.0764 (0.0643)	-0.219*** (0.0623)
Governance RRI	0.055 (0.050)	-0.0674 (0.0492)	-0.0827 (0.0615)
Country and Sector Average	0.287*** (0.070)	0.278*** (0.0826)	0.307*** (0.0779)
Beta	7.212*** (1.334)	7.475*** (1.137)	8.198*** (1.639)
Perc. Debt/Capital	0.025 (0.0115)	0.0312*** (0.0117)	-0.0136 (0.0164)
Total Assets	0.911*** (0.140)	0.838*** (0.148)	-3.455*** (0.469)
ROI	-0-086 (0.0380)	-0.0533* (0.0311)	-0.451*** (0.0528)
Forecast Earnings Per Share	0.088 0.0401	4.132*** (1.015)	3.458*** (0.945)
Earnings Per Share		-3.289*** (1.016)	-4.220*** (0.973)
Earning Per Share Growth		-1.868* (0.976)	-0.963 (0.844)
Observations	38,762	38,698	36,864
R-squared	0.0521	0.053	0.013
Macro-region dummies	NO	NO	YES
Sector	NO	NO	YES

Robust standard errors in parentheses

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Table 4: Fixed Effect and Bootstrap Fixed Effect Estimator

VARIABLES	(1) FE	(2) FE1	(3) FE Bootstrap
Environmental RRI	-0.835** (0.299)	-0.854*** (0.299)	-0.854*** (0.142)
Social RRI	0.0349 (0.128)	0.0317 (0.128)	0.0317 (0.066)
Governance RRI	0.102 (0.154)	0.106 (0.154)	0.106* (0.064)
Country and Sector Average	0.190 (0.195)	0.189 (0.195)	0.189* (0.098)
Beta	-0.102 (3.44)	-0.179 (3.445)	-0.179 (2.138)
Perc. Debt/ Capital	0.031 (0.0293)	0.032 (0.0298)	0.032*** (0.0103)
Total Assets	-6.150 (7.705)	-6.180 (7.703)	-6.180 (4.638)
ROI	-0.0384 (0.196)	-0.374* (0.195)	-0.374*** (0.0904)
Forecast Earnings Per Share	1.25 (0.207)	5.451*** (1.390)	5.451*** (0.976)
Earnings per share growht	3.059 (0.728)	-0.694 (0.760)	-0.694 (0.935)
Earnings Per Share		-4.215*** (1.359)	-4.215*** (0.977)
Observations	38,698	38,698	38,698
R-squared	0.015	0.017	0.017
Number of Companies	377	377	377
Firm Fixed effects	YES	YES	YES

Robust standard errors in parentheses
*** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$

Table 5: IV Regression
(1)

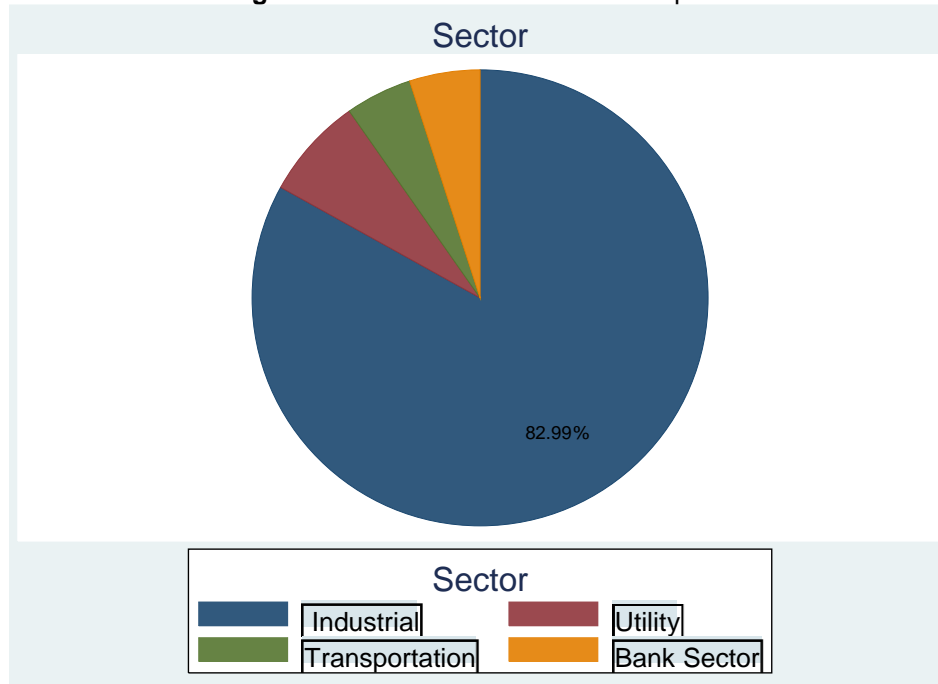
VARIABLES	IV Regression
Environmental RRI	-0.201** (0.091)
Governance RRI	0.171*** (0.021)
Social RRI	0.100*** (0.027)
Earnings Per Share	0.069*** (0.025)
Earnings Per Share Growth	2.474*** (0.139)
Beta	2.906*** (0.450)
Firm Fixed effects	YES
Monthly dummies	YES
Yearly dummies	YES
Instrumental Variables	YES
Observations	36,819
Number of repriskcompanyid	377
R-squared	0.038

Robust standard errors in parentheses

*** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$

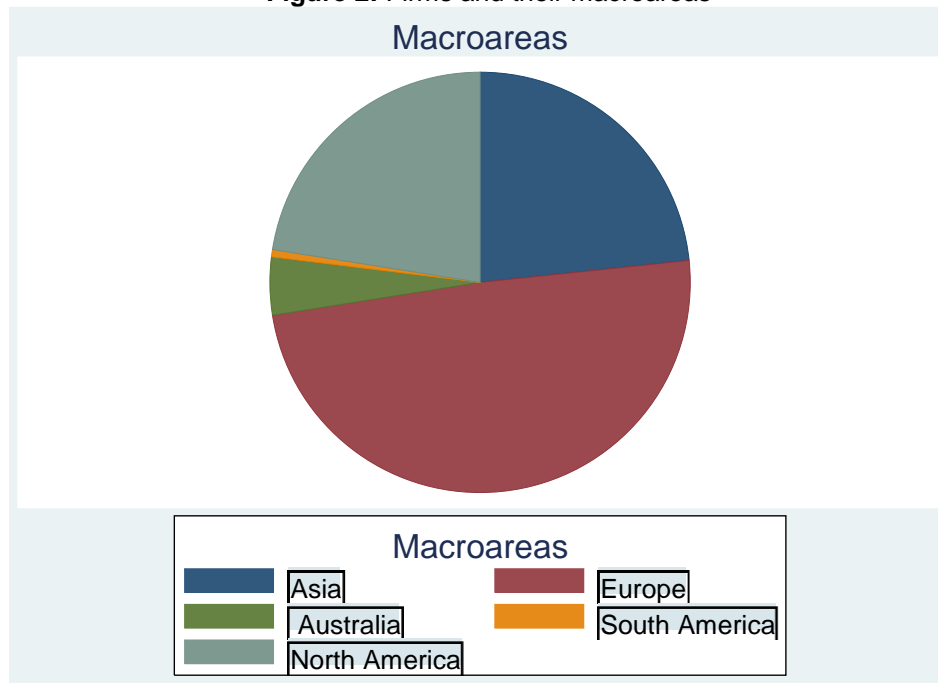
Figures

Figure 1: Sectors in which the firms operate



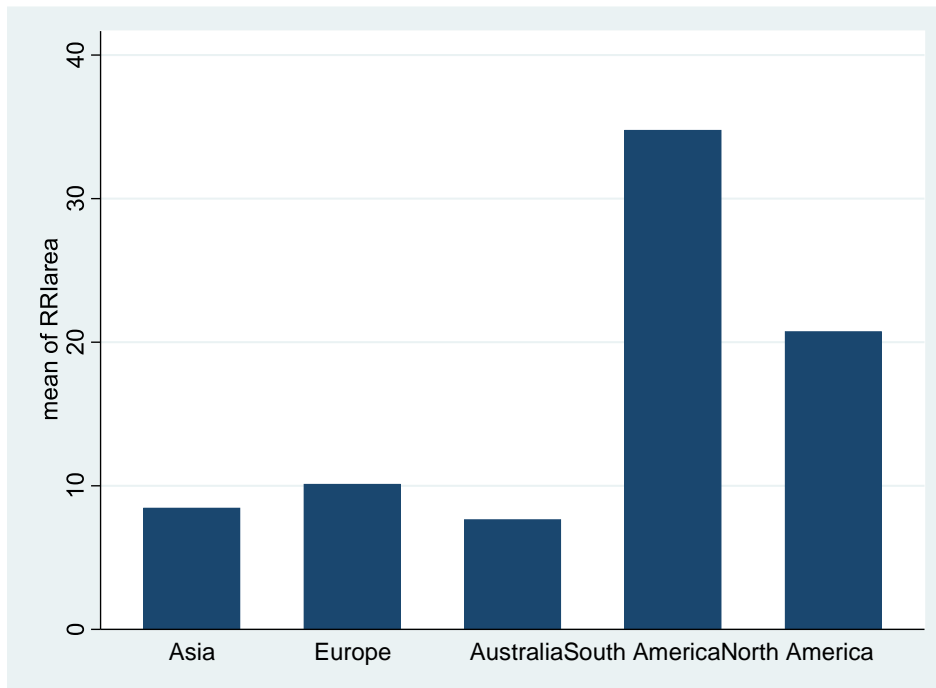
Source: Author computation using Stata 13.

Figure 2: Firms and their macroareas



Source: Author computation using Stata 13.

Figure 3: Reputational risk mean for macro-areas



Source: Author computation using Stata 13.

EL MODELO CUVIMA: UNA PROPUESTA PARA LA COMPRESIÓN DE LOS CONCEPTOS FÍSICOS Y MATEMÁTICOS

Carlos Armando Cuevas Vallejo

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., México
Departamento de Matemática Educativa
Investigador Cinvestav 3B
E-mail: ccuevas@cinvestav.mx

Freddy Yesid Villamizar Araque

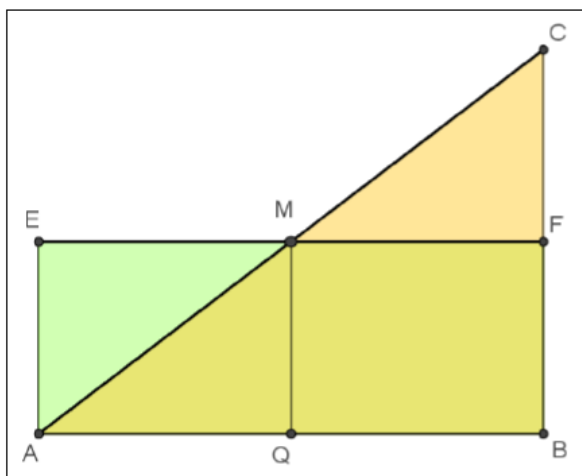
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., México
E-mail: fvillamizar@cinvestav.mx

Resumen

Se propone el modelo CUVIMA (Cuevas, Villamizar y Martínez, 2017), para guiar actividades didácticas que promuevan una comprensión tanto de los conceptos matemáticos como físicos. Mostraremos algunos casos ejemplos de actividades que siguen el modelo CUVIMA donde se involucra el proceso de modelización.

Antecedentes

“El libro de la naturaleza, quiero decir el universo, siempre está abierto ante nuestros ojos, pero no lo descifrará nadie que no aprenda y entienda antes el idioma y las letras con que está escrito. El idioma es matemático y las letras son las figuras geométricas” (Galileo, 1623, citado en Feynman, 2008, p. 32).



Representación geométrica de la regla de valor medio de Oresme (modificada de Hawking, 2003. p. 468)

En términos actuales, analizando el triángulo ABC, el cual representa un movimiento uniformemente acelerado:

$$\overline{AQ} = t_1, \overline{AB} = t_2, \overline{QM} = V_1, \overline{BC} = V_2$$

$$t_1 : t_2 = V_1 : V_2$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{V_1}{V_2} \longrightarrow \frac{V_2}{t_2} = \frac{V_1}{t_1}$$

Razón interna *Razón externa*

$$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{d_1}{d_2}$$

Interrelación y dicotomía

La física y las matemáticas se han desarrollado interactivamente (Poincaré, 1907; Kline, 1981; Gingras, 2001; Kjeldsen y Lützen, 2015; Karam, 2015).

En la enseñanza de la física, es usual encontrar las matemáticas como una herramienta para calcular, aplicando fórmulas de memoria, rara vez como una herramienta de razonamiento para comprender el mundo físico (Tuminaro y Redish, 2007; Uhdén, Karam, Pietrocola, Pospiech, 2012; Karam, 2015).

En sentido contrario, la física es considerada en la educación matemática, como un posible contexto para aplicar los conceptos matemáticos que ya han sido previamente definidos de forma abstracta (Karam, 2015).

Problemas relativos en la enseñanza de las ciencias

Es común realizar dictados sobre los conceptos ya elaborados en los libros de texto para luego ser interpretados oralmente en grupo, lo cual deja en evidencia una forma de enseñanza tradicional, que promueve el aprendizaje casi memorístico. (Becerra, Gras y Martínez, 2004; Oliva y

Acevedo, 2005; Candela, Carvajal, Sánchez y Alvarado, 2012).

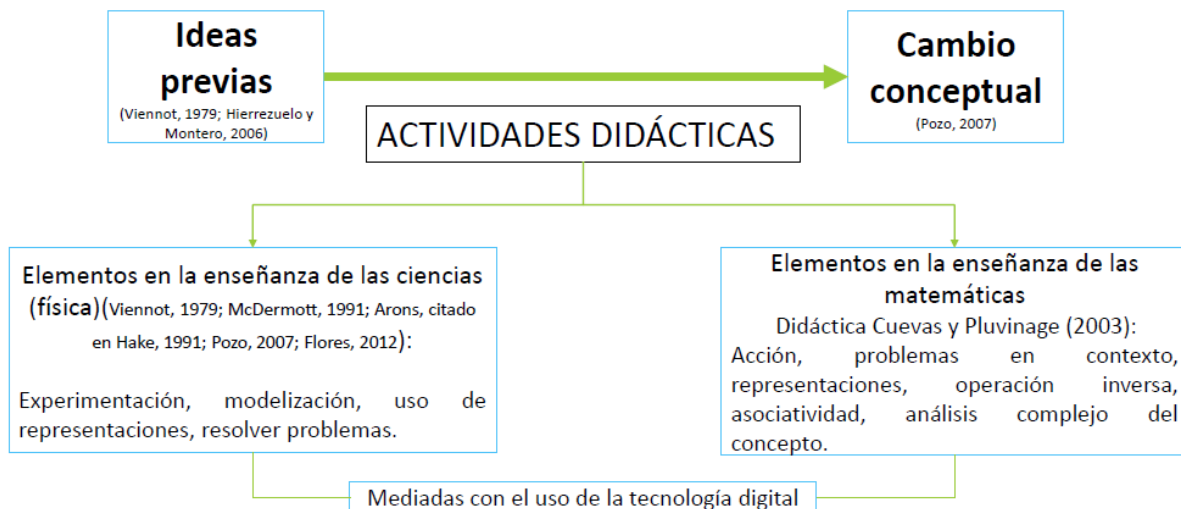
Existen problemas de diseño de currículo, (Guerra, 2012).

Las prácticas de laboratorio en secundaria son en general escasas, se carece del material adecuado, (Candela, Gamboa, Rojano, Sánchez, Carvajal y Alvarado, 2012).

Pregunta de investigación

¿Cómo promover una mejor comprensión de los conceptos físicos y matemáticos, en un nivel de secundaria?

Propuesta general



¡Veamos algunos ejemplos!

8. Un bloque de hierro ha sido lanzado hacia la derecha por una superficie lisa y plana contra un muelle elástico tal y como se representa en los dibujos, considerándose nulo el rozamiento.

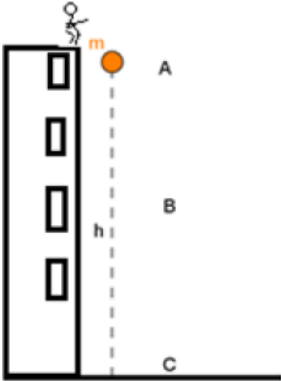


Al chocar, el bloque no se para inmediatamente, sino que sigue moviéndose hacia la derecha durante un tiempo y mientras esto ocurra empujará al muelle:

- a) Cada vez con más fuerza
- b) Cada vez con menos fuerza
- c) Siempre con la misma fuerza.

Tomado de Carrascosa (2005, p. 206)

Una pelota se deja caer desde una azotea a cierta altura, partiendo en A del reposo y llegando a C con determinada velocidad.

 <p style="text-align: center;"><i>Figura 5</i></p>	5.1.) La fuerza que actúa sobre la pelota es: a) Mayor en A b) Mayor en B c) Mayor en C d) Igual en todas e) Ninguna es correcta	Justifica la respuesta:
	5.2.) La energía de la pelota es: a) Mayor en A b) Mayor en B c) Mayor en C d) Igual en todas e) Ninguna es correcta	Justifica la respuesta:

2. Cinco bolas de metal de igual tamaño, pero masas diferentes, se dejan caer sobre un recipiente que contiene arena húmeda. Las alturas desde las que caen cada una de las bolas están indicadas en la Figura 2.

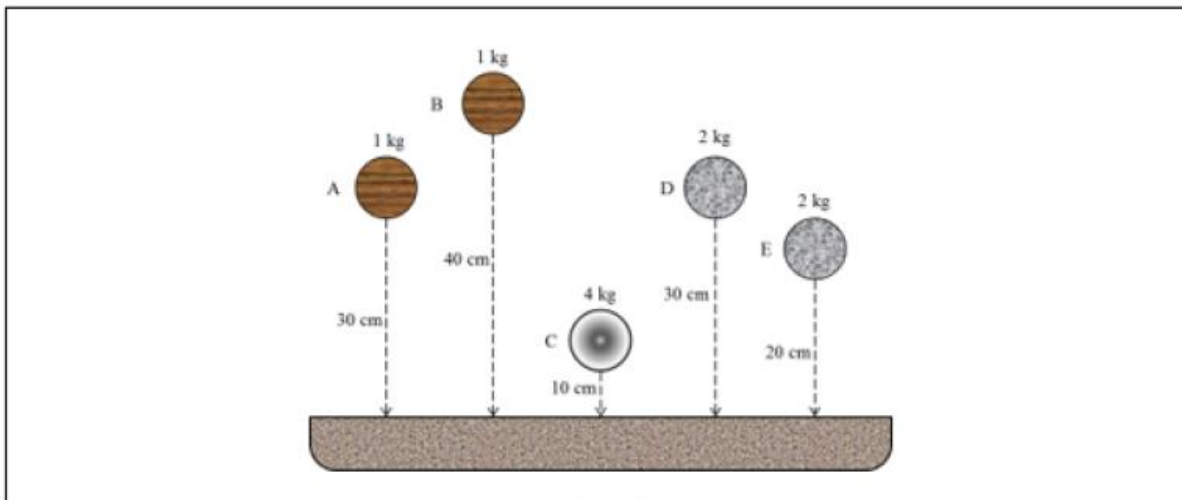
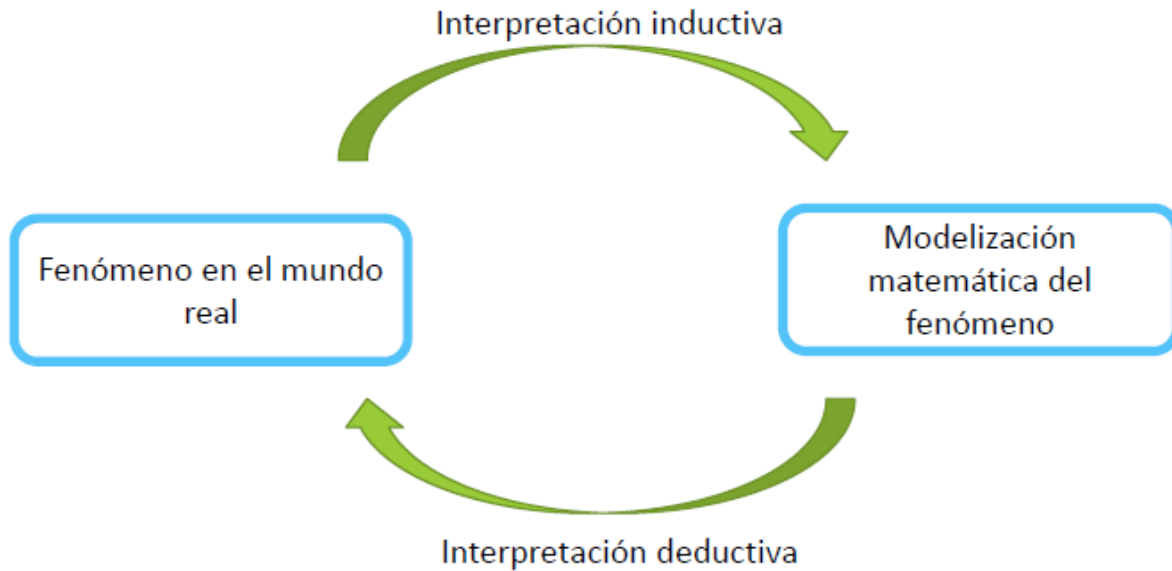


Figura 2

¿Qué bola hará el agujero mayor? ¿Cuál hará el menor agujero? Explica tu respuesta.

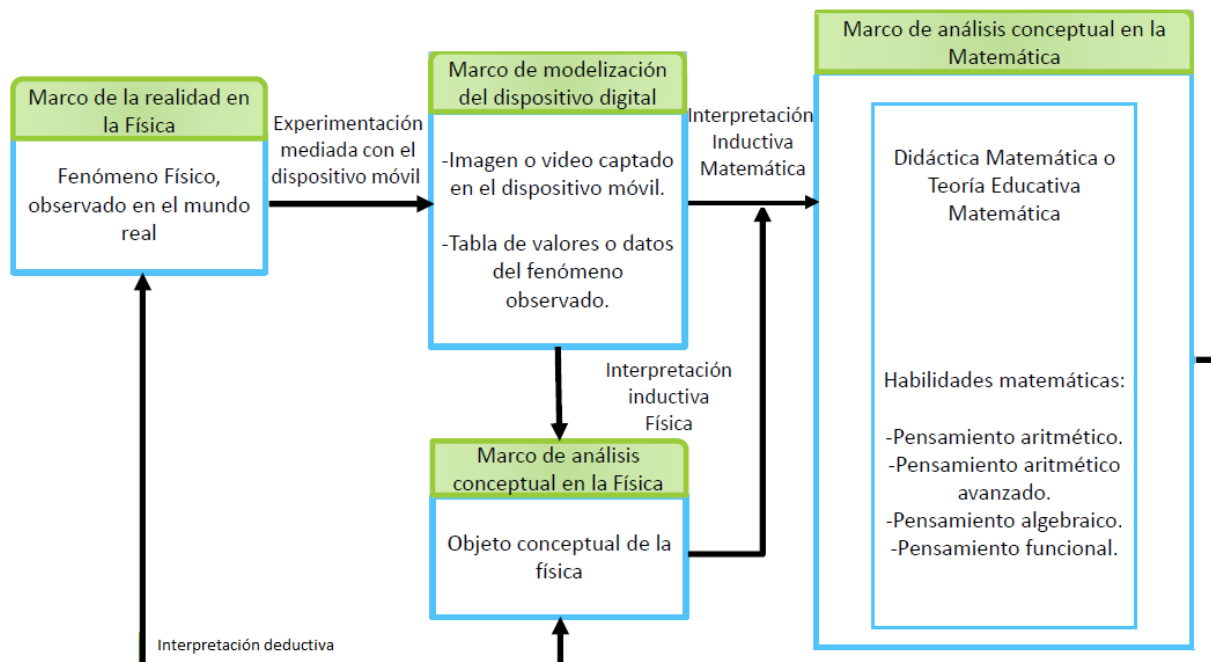
Tomados de Hierrezuelo y Montero, 2006, p.p. 153-154

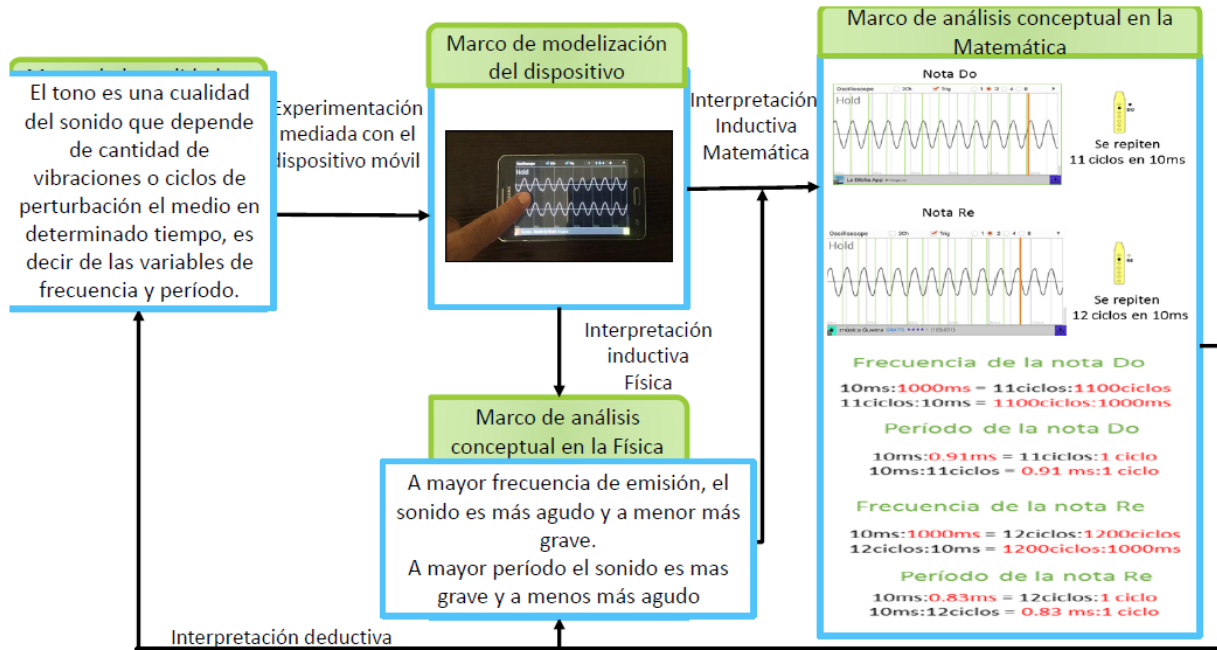
Modelo de interpretación inductiva y deductiva



Modelización matemática en las ciencias (Lesh, 1997; Orange, 1997; Johsua y Dupin, 1999; Martinand, 2002; Touma, 2009).

Modelo CUVIMA





Modelo CUVIMA en actividades para el tono (Cuevas, Villamizar y Martínez, 2017)

Análisis de resultados: actividades la primera experiencia

4.2 ¿Cuántos patrones se observarían en 1000ms (1s), para cada nota musical?

Multiplicamos y (el número de patrones) por 50

Número de patrones de la nota 1:	1000	Número de patrones de la nota 2:	650
----------------------------------	------	----------------------------------	-----

Al número de veces que se repiten estos patrones por cada segundo (1000 ms) se le denomina frecuencia. La unidad de medida de la frecuencia es el Hertz (Hz), que se interpreta como repeticiones de algún suceso por segundo, ciclos/s, etc.

4.3 ¿Cuánto tiempo dura un patrón en cada nota musical?

Tiempo de un patrón de la nota 1:	1 ms	Tiempo de un patrón de la nota 2:	.65 ms
-----------------------------------	------	-----------------------------------	--------

20ms → 20 patrones
 1ms → 1 patrón

20ms → 73 patrones
 .65ms → 1 patrón

4.6 Emitte nuevamente ambas notas con tu flauta. ¿Cuál nota se escucha más aguda y cuál más grave? La nota más aguda es la que tiene mayor frecuencia (Hz).

4.7 Relaciona cada nota con su respectiva imagen y dibújalas a continuación. Indica con una palomita que nota es más aguda y cuál más grave

Nota Musical	Gráfica	Más aguda	Más grave
Nota 1 Nota musical: Do Frecuencia: _____ Período: _____		X	
Nota 2 Nota musical: Re Frecuencia: _____ Período: _____			X

Compara las imágenes capturadas por tu teléfono, y contesta las siguientes preguntas.

4.1 ¿Cuántos patrones identificas en 20 ms (captura de pantalla o screenshot), para cada nota musical?

Número de patrones de la nota 1:	22	Número de patrones de la nota 2:	18
----------------------------------	----	----------------------------------	----

4.2 ¿Cuántos patrones se observarían en 1000ms (1s), para cada nota musical?

Número de patrones de la nota 1:	1100	Número de patrones de la nota 2:	900
----------------------------------	------	----------------------------------	-----

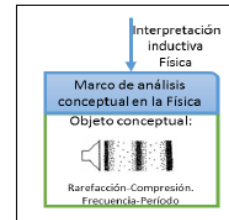
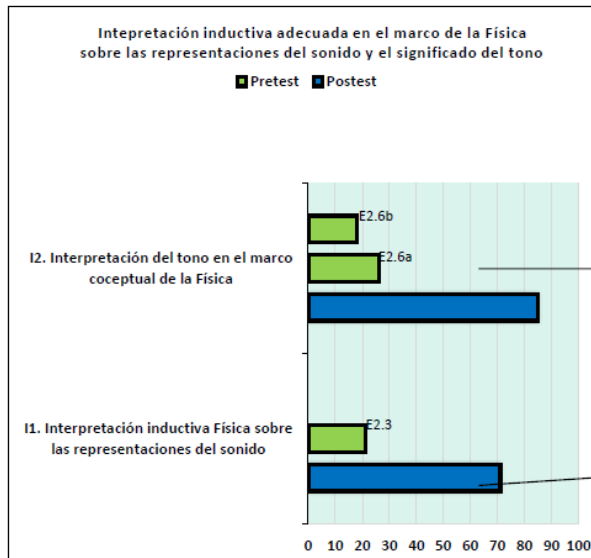
Resuelvan los siguientes ejercicios, y responde al reverso de la hoja:

714 Hz = 714 patrones en 1000ms

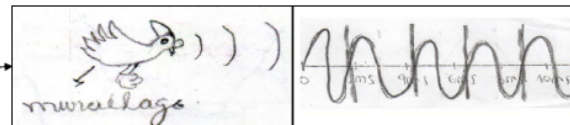
(a) Si una nota musical tiene una frecuencia de 714Hz, ¿cuál es el tiempo correspondiente a una sola forma o patrón repetitivo? $N = 1,4050241$

(b) Dibujen lo que se observarían en el Smartphone, si se captura la imagen correspondiente al sonido de la nota musical de 714Hz (debe especificarse claramente la escala de tiempo) 500ms patrón lo que es $1,000 = 714$, lo que es igual a $7,14005...$

Análisis de resultados: S1Análisis de resultados



Un 85% de los estudiantes interpreta el tono como una cualidad del sonido de acuerdo a su significado psicofisiológico, es decir lo definen teniendo en cuenta que este depende de la frecuencia con que se emita



Resultados analizados de 38 estudiantes

Conclusiones

Consideramos que la modelización es una actividad esencial para la enseñanza de las ciencias, en donde subyacen determinados conceptos matemáticos como razones matemáticas, variación, concepto de función, entre otros.

El modelo CUVIMA, propone el proceso de modelización. Para ello, el empleo de dispositivos móviles usados como laboratorio portable, jugó un rol fundamental para obviar situaciones matemáticas relativas a la modelización y visualizar las gráficas que representan el fenómeno físico. Es importante en este modelo el contexto de la física para introducir conceptos matemáticos, para ello, recomendamos que se debe escoger al menos un contexto fundamental que haga parte del currículo.

El modelo CUVIMA propuesto para el diseño de la actividad, integra la matemática, física y las tecnologías digitales, mediante la experimentación y los procesos cognitivos de interpretación inductiva-deductiva. Consideramos que este modelo puede ser aplicado a distintos niveles educativos y para

diferentes conceptos de la física, sin embargo, el grado de profundización debe ir acompañado de actividades enmarcadas en una didáctica para guiar al estudiante en la construcción de los conceptos tanto físicos como matemáticos.

Referencias bibliográficas

Becerra Labra, C., Gras-Martí, A., y Martínez-Torregrosa, J. (2004). Análisis de la resolución de problemas de Física en secundaria y primer curso universitario en Chile. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 275-286.

Candela, A., Carvajal, E., Sánchez, A., y Alvarado, C. (2012). La investigación en las aulas de ciencias y la formación docente. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.

Candela, A., Gamboa, F., Rojano, T., Sánchez, A., Carvajal, E., y Alvarado, C. (2012). Recursos y apoyos didácticos. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.

Cuevas, C.A., y Pluvinage, F. (2003). *Les projets d'action pratique, elements d'une*

ingeniere d'ensigment des mathematiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 8, 273-292.

Cuevas C.A., Villamizar, F.Y., y Martínez, A. ("pendiente de publicación, o en prensa"). Aplicaciones de la tecnología digital para actividades didácticas que promuevan una mejor comprensión del tono como cualidad del sonido para cursos tradicionales de física en el nivel básico. *Enseñanza de las Ciencias*.

Feynman, R. (1964/2008). La conferencia perdida de Feynman. El movimiento de los planetas alrededor del Sol. Barcelona: Tusquets editores.

Freudenthal, H. (1983/2001). Razón y proporcionalidad. En L. Puig (traductor), *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados.* (p.p. 1-40). México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. Disponible en línea <http://www.uv.es/puigl/cap6razon.pdf>.

Gingras, Y. (2001). What did mathematics do to physics? *History of Science*. 39, 383-416.

Guerra, M. T. (2012). El currículo oficial de ciencias para la educación básica y sus reformas recientes: retórica y vicisitudes. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.

Hawking, S. W. (2003). *A hombros de gigantes*. Barcelona: Editorial Crítica.

Hestenes, D. (2003). Oersted Medal Lecture 2002: Reforming the mathematical language of physics. *American Journal of Physics*. 71 (2), 104-121. DOI: 10.1119/1.1522700.

Hierrezuelo, J., y Montero, A. (2006). La ciencia de los alumnos. Su utilización en la didáctica de la física y la química. México: Fontamara.

Johsua, S. y Dupin, J.J. (1999), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques* (2a ed.). Paris : PUF.

Karam, R. (2015). Introduction of the Thematic Issue on the Interplay of Physics and Mathematics. *Science & Education*.

24(5), 487-494. DOI: 10.1007/s11191-015-9763-9.

Karam, R., Pietrocola, M., Pospiech, G. (2012). The complex road to mathematization in physics instruction. En C. Bruguière; A. Tieberghien, A. y P. Clément (Eds). *E-Book Proceedings of the ESERA 2011 Conference, Lyon, France. Science learning and Citizenship. Strand 13*, 112-117.

Kjeldsen, T. H., y Lützen, J. (2015). Interactions between Mathematics and Physics: The History of the Concept of Function Teaching with and About Nature of Mathematics. *Science & Education*. 24(5), 543-559. DOI: 10.1007/s11191-015-9746-x.

Kline, M. (1981). *Mathematics and the physical world*. New York: Dover.

Lesh, R. 1997. *Matematización: La Necesidad real de la fluidez en las representaciones*. *Enseñanza de Las Ciencias*. 15 (3), 377-391.

Martinand, J.L. (2002), *Apprendre à modéliser*. In R. Toussaint. *Changement conceptuel et apprentissage des sciences*. Montréal (47-68). Québec: Éditions Logiques.

Orange, C. (1997), *Problèmes et modélisation en biologie*. Paris: PUF.

Pluvinage, F., y Cuevas, C. (2006). Un acercamiento didáctico a la noción de función. En Filloy, E. (Ed), *Matemática Educativa, treinta años. Una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*, (p.p. 141-167). México: Santillana y DME del CINVESTAV.

Poincaré, H. (1907). *The value of science*. New York: The Science Press.

Pozo, J. (2007). Ni cambio ni conceptual: la reconstrucción del conocimiento científico como un cambio representacional. En Pozo, J. y F. Flores (eds.). *Cambio conceptual y representacional en la enseñanza de la ciencia* (p.p. 73-89). Madrid: A. Machado libros y cátedra UNESCO de educación científica para América Latina y el Caribe.

Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación

educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. Revista Iberoamericana de Educación, 33, 135-165.

Serres, M. (2014). Pulgarcita. México: Fondo de Cultura Económica.

Tuminaro, J. y Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. Physical Review Special Topics-Physics Education Research. 3(2), 020101-1, 020101-22. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.3.020101>.

Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., y Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. Science & Education. 20(4), 485-506.

Viennot, L. (1979). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire. París: Hermann.

ERRAMIENTAS DEL ÁLGEBRA MATRICIAL PARA ABORDAR LOS MÉTODOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIANTES

Gudberto José León Rangel

Universidad de Los Andes, Venezuela

Departamento de Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FACES).
Director de la Escuela de Estadística y Coordinador de la Comisión Curricular de la carrera de Estadística.

Correo electrónico: gudberto@ula.ve

Introducción

El Análisis Multivariante está constituido por un conjunto de métodos y técnicas utilizadas en el estudio del comportamiento simultáneo de varias variables. Permite obtener una visión de conjunto de fenómenos de la realidad cuya complejidad exige que sean estudiados con técnicas de mayor alcance que las de la estadística univariante o bivalente. Su objetivo fundamental es resumir y sintetizar la información contenida en grandes conjuntos de datos, con el fin de lograr una mejor comprensión del fenómeno en estudio.

El término multivariante (del inglés *multivariate*) se refiere precisamente al hecho de que se consideran múltiples variables. Hasta no hace muchos años, los métodos multivariantes habían permanecido en el campo meramente teórico. Con el uso actual de los potentes equipos de computación, estos métodos son utilizados en la mayoría de las investigaciones científicas, habiéndose comprobado ampliamente su eficacia en el tratamiento de grandes masas de datos.

El término Análisis de Datos surge en la década de 1960 con la intención de distinguirlo del análisis multivariante clásico basado en modelos y supuestos teóricos, con la idea de enfatizar la descripción de conjuntos numerosos de datos.

En la actualidad se reconoce y aprecia la importancia de la estadística en todas las esferas de la ciencia. Los métodos estadísticos se usan incluso en disciplinas tales como historia, literatura y lingüística, en las cuales la idea de realizar estudios cuantitativos era inconcebible hasta hace unos pocos años. Actualmente son muchos los problemas cuya solución puede lograrse más fácilmente, o incluso únicamente, con la ayuda de los métodos multivariantes, en campos tan diversos como: agricultura, antropología, física, educación, economía, análisis de mercados, medicina, psicología, sociología y biología.

El origen del análisis multivariante descansa sobre los conceptos matemáticos desarrollados por matemáticos franceses e italianos del siglo pasado, quienes se dedicaron a estudiar los aspectos del álgebra matricial que sirvieron de base para la factorización de una matriz en sus valores y vectores singulares. Los primeros estudios multivariantes se remontan a las generalizaciones de las investigaciones sobre correlación y regresión realizadas a principios del siglo XX por Francis Galton, Karl Pearson y Charles Spearman, científicos ingleses que trabajaban en Sicología y Biometría.

Caracterización de muestras de poblaciones multivariantes

Nociones fundamentales del álgebra matricial permiten abordar de manera simplificada el cálculo de las medidas resumen, frecuentemente utilizadas, que ilustran los principales aspectos de la información contenida en los arreglos de datos.

Organización de datos multivariantes

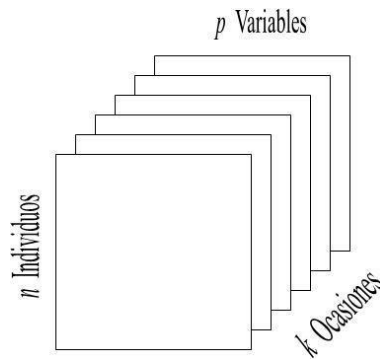
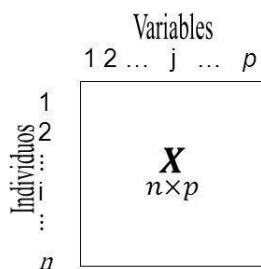
Generalmente, la información sobre la que se aplican los métodos multivariantes se organiza sobre una matriz de datos X con n filas y p columnas.

$$X_{n \times p} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \square & \vdots & \square & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \square & \vdots & \square & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix} \rightarrow \text{Individuo } i$$

Variable j
↓

Datos Multivía

En este caso, el arreglo de la información se presenta en tres o más vías:

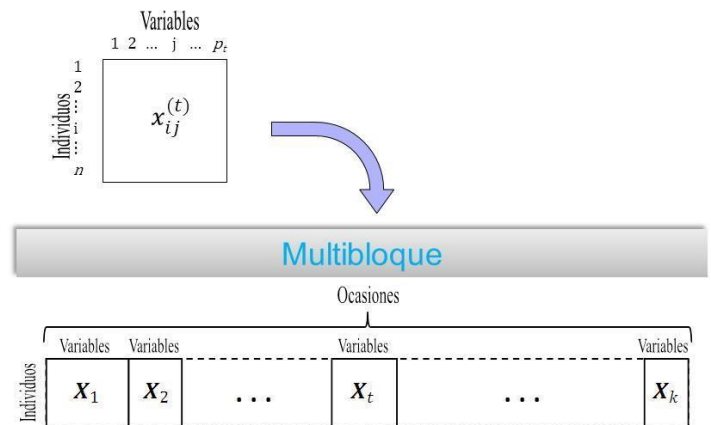
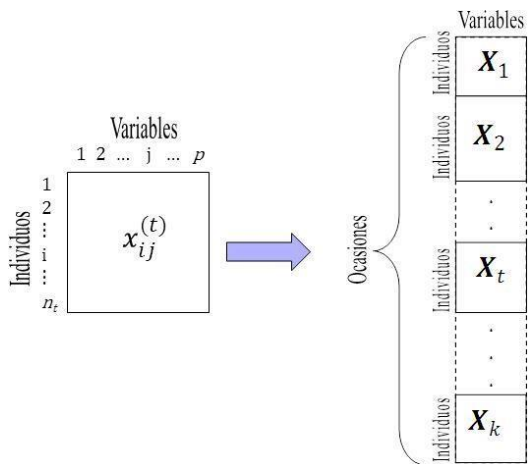


Datos de tres vías:

Describen los mismos individuos y las mismas variables en cada ocasión.

Datos de Conjuntos Múltiples:

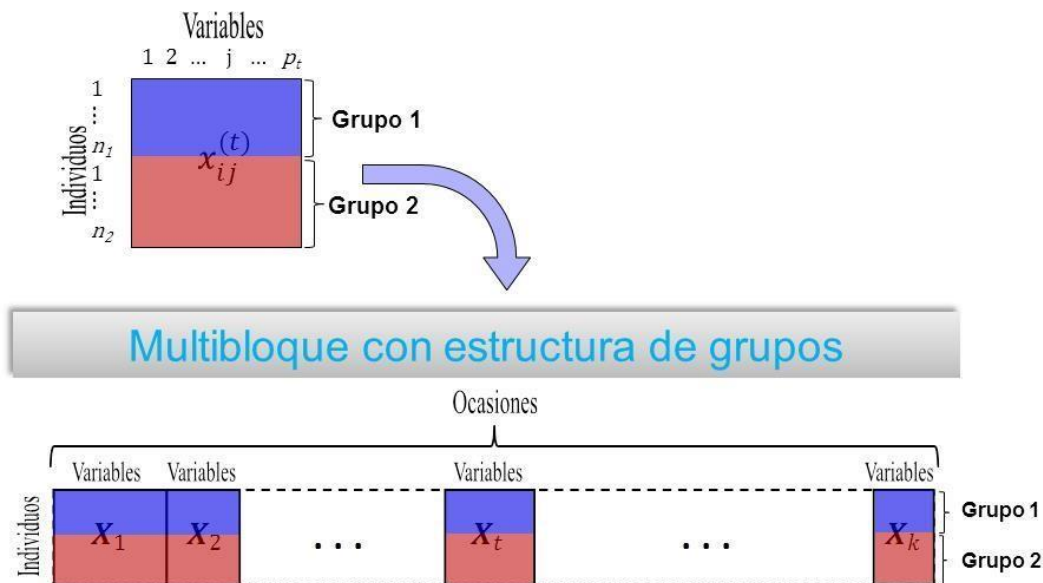
Se pueden presentar de dos maneras, las mismas variables para diferentes conjuntos de individuos:



O como los mismos individuos y diferentes conjuntos de variables:

Datos Multivía con Estructura de Grupos

En algunas investigaciones interesa la situación en que los mismos individuos han sido caracterizados por k conjuntos de variables (un multibloque) y esos individuos se presentan clasificados en dos grupos.



Matriz de datos

Como se mencionó antes, los datos recogidos en una investigación pueden arreglarse en una matriz:

$$X_{n \times p} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{ip} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}$$

El i -ésimo vector fila de la matriz de datos contiene las observaciones correspondientes al individuo i en cada una de las p variables:

$$X_i^t = (x_{i1} \quad x_{i2} \quad \cdots \quad x_{ij} \quad \cdots \quad x_{ip})$$

El j -ésimo vector columna describe la información de la variable j medida sobre los n individuos:

$$X^j = \begin{pmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ \vdots \\ x_{ij} \\ \vdots \\ x_{nj} \end{pmatrix}$$

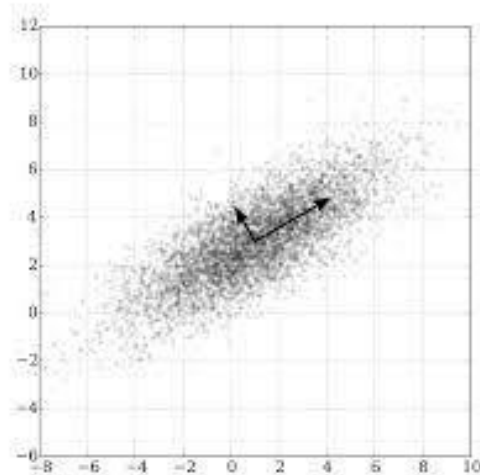
Ejemplo:

Al organizar sobre un arreglo matricial la información correspondiente a las edades y pesos de $n=10$ niños, se obtiene la siguiente matriz de datos:

	Edad	Peso	
Niños	1	7	25
	2	10	28
	3	12	36
	4	4	17
	5	5	21
	6	13	48
	7	7	28
	8	10	32
	9	8	27
	10	11	38

Nube de datos

El gráfico de dispersión para dos variables en una matriz de datos puede presentar una forma como la siguiente:



Ejemplo: (Ramírez y Vásquez, 2006)

Los resultados obtenidos por doce (12) maestros que aspiran ocupar puestos de trabajo del Ministerio de Educación, en seis pruebas de aptitud medidas en una escala del 1 al 20 son:

	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Maestro1	16	13	12	17	12	17
Maestro2	18	17	11	17	15	17
Maestro3	15	15	14	14	16	16
Maestro4	14	16	15	13	17	14
Maestro5	16	19	13	14	18	15
Maestro6	17	15	12	17	14	19
Maestro7	11	16	17	11	18	12
Maestro8	16	17	13	16	16	15
Maestro9	16	19	14	13	18	12
Maestro10	16	16	14	15	16	15
Maestro11	11	19	18	9	20	10
Maestro12	15	14	14	15	15	18

Donde las variables representan los resultados de las pruebas de aptitud en las siguientes áreas:

- X_1 : Inglés
- X_2 : Habilidad numérica
- X_3 : Ciencias naturales
- X_4 : Cultura general
- X_5 : Capacidad de abstracción
- X_6 : Castellano

Matrices Grammian

Se definen como matrices Grammian asociadas a la matriz X a las matrices: $X^t X$ y XX^t

Estas matrices son de interés en estadística, sobre ellas se organiza información fundamental para:

- El análisis de las relaciones entre variables
- El análisis del parecido entre individuos

La matriz de varianzas y covarianzas, así como la matriz de correlaciones son ejemplos de este tipo de matrices.

Información estadística en una matriz de datos

Al efectuar operaciones matriciales sobre una matriz de datos $X_{n \times p}$, que contiene la información obtenida al caracterizar n individuos de acuerdo con p variables, es posible obtener información estadística como:

1. Vector de medias o centro de gravedad de las p variables:

Sea el vector fila $j^t = (1, 1, \dots, 1)$, entonces,

$$\bar{X}^t = \frac{1}{n} j^t X = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p)$$

donde:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$$

es la media aritmética de la variable j .

Efectivamente,

$$\begin{aligned} \bar{X}^t &= \frac{1}{n} j^t X \\ &= \left(\frac{1}{n} j^t X^1, \frac{1}{n} j^t X^2, \dots, \frac{1}{n} j^t X^p \right) \\ &= \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i1}, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i2}, \dots, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ip} \right) \\ &= (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p) \end{aligned}$$

Ejemplo:

Calculando el vector de medias sobre la matriz de datos del ejemplo anterior, se obtiene:

	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Promedio	15,1	16,3	13,9	14,3	16,3	15,0
Desv. Estand.	2,2	2,0	2,0	2,5	2,1	2,7
Coef. Var.	0,14	0,12	0,15	0,17	0,13	0,18

En la tabla anterior también se muestra la desviación estándar y el coeficiente de variación para cada una de las variables.

Como todas las variables están medidas en las mismas unidades y sus niveles de dispersión son similares, es posible considerar que los promedios producen una ordenación de las variables indicando en donde se obtuvieron los puntajes más y menos elevados.

1. Matriz centrada por columna (o de desvíos)

Los *datos centrados* $X_c = (x_{ij} - \bar{x}_j)$:

- Dan un valor agregado a la información reportada por los datos originales.
- Capta la magnitud en la que el valor observado del individuo i en la variable j se aleja de la correspondiente media.
- El signo resultante indica la dirección del alejamiento. La matriz centrada se puede escribir en la forma:

$$\begin{aligned} X_c &= \left(I - \frac{1}{n} j j^t \right) X \\ &= (x_{ij} - \bar{x}_j) \end{aligned}$$

donde $\left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)$ se conoce en la literatura como *matriz de centraje*.

- $\left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)$ es simétrica:
 $\left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)^t = \left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)$
- $\left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)$ es idempotente:
 $\left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)\left(I - \frac{1}{n}jj^t\right) = \left(I - \frac{1}{n}jj^t\right)$

La matriz centrada constituye la base para la obtención de la matriz de varianzas y covarianzas.

Matriz de datos centrada:

Los datos centrados se pueden organizar en una matriz de datos:

$$X_c = \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{1j} - \bar{x}_j & \cdots & x_{1p} - \bar{x}_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{ij} - \bar{x}_j & \cdots & x_{ip} - \bar{x}_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{nj} - \bar{x}_j & \cdots & x_{np} - \bar{x}_p \end{pmatrix}$$

Ejemplo:

La matriz centrada de los datos referentes a las seis pruebas de aptitud mencionadas en los ejemplos anteriores está dada por:

X1	X2	X3	X4	X5	X6
0,9167	-3,3333	-1,9167	2,7500	-4,2500	2,0000
2,9167	0,6667	-2,9167	2,7500	-1,2500	2,0000
-0,0833	-1,3333	0,0833	-0,2500	-0,2500	1,0000
-1,0833	-0,3333	1,0833	-1,2500	0,7500	-1,0000
0,9167	2,6667	-0,9167	-0,2500	1,7500	0,0000
1,9167	-1,3333	-1,9167	2,7500	-2,2500	4,0000
-4,0833	-0,3333	3,0833	-3,2500	1,7500	-3,0000
0,9167	0,6667	-0,9167	1,7500	-0,2500	0,0000
0,9167	2,6667	0,0833	-1,2500	1,7500	-3,0000
0,9167	-0,3333	0,0833	0,7500	-0,2500	0,0000
-4,0833	2,6667	4,0833	-5,2500	3,7500	-5,0000
-0,0833	-2,3333	0,0833	0,7500	-1,2500	3,0000

2. Matriz de varianzas y covarianzas

En los métodos estadísticos multivariante, el interés se centra más en el análisis de las varianzas y covarianzas, que en el estudio de los valores de las variables en sí mismos.

La matriz de varianzas y covarianzas puede escribirse:

$$S = \frac{1}{n} X_c^t X_c = (s_{jk})$$

$$S_{p \times p} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1k} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2k} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ s_{j1} & s_{j2} & \cdots & s_{jk} & \cdots & s_{jp} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pk} & \cdots & s_{pp} \end{pmatrix}$$

El término genérico de la matriz S:

$$s_{jk} = \frac{1}{n-1} (x_{1j} - \bar{x}_j, x_{2j} - \bar{x}_j, \dots, x_{nj} - \bar{x}_j) \begin{pmatrix} x_{1k} - \bar{x}_k \\ x_{2k} - \bar{x}_k \\ \vdots \\ x_{nk} - \bar{x}_k \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j) (x_{ik} - \bar{x}_k)$$

El cual representa la covarianza entre las variables j y k .

Los elementos sobre la diagonal principal de la matriz S , son las varianzas de las p variables de la matriz de datos X .

$$s_{jj} = s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j) (x_{ij} - \bar{x}_j) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

La matriz de varianzas y covarianzas de los datos del ejemplo que estamos siguiendo, está dada por:

4,6288	-0,6667	-4,1742	4,7955	-2,9318	4,1818
-0,6667	3,8788	1,2121	-2,5455	3,4545	-3,5455
-4,1742	1,2121	4,0833	-4,7955	3,2955	-4,3636
4,7955	-2,5455	-4,7955	6,2045	-4,7045	5,9091
-2,9318	3,4545	3,2955	-4,7045	4,5682	-4,9091
4,1818	-3,5455	-4,3636	5,9091	-4,9091	7,0909

3. Matriz de datos estandarizada

$$X_e = X_c D_s^{-1} = \left(\frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \right)$$

donde D_s es una matriz diagonal que contiene las desviaciones estándar de las p variables:

$$D_s = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_p)$$

Así,

$$D_s^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s_1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{s_j} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{1}{s_p} \end{pmatrix}$$

$$\frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}$$

El término $\frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}$ mide el alejamiento de la observación original respecto de la media, expresado en unidades de desviación estándar. El valor original obtenido por un individuo en una variable no proporciona información sobre su posición con respecto al resto de las observaciones. Mientras que la estandarización ubica al dato en referencia al conjunto total al cual pertenece. Así se pueden hacer comparaciones objetivas sobre los valores observados de la variable.

Ejemplo:

La matriz de datos estandarizada para nuestros datos es:

X1	X2	X3	X4	X5	X6
0,4261	-1,6925	-0,9485	1,1040	-1,9885	0,7511
1,3557	0,3385	-1,4434	1,1040	-0,5848	0,7511
-0,0387	-0,6770	0,0412	-0,1004	-0,1170	0,3755
-0,5035	-0,1693	0,5361	-0,5018	0,3509	-0,3755
0,4261	1,3540	-0,4536	-0,1004	0,8188	0,0000
0,8909	-0,6770	-0,9485	1,1040	-1,0527	1,5021
-1,8979	-0,1693	1,5259	-1,3048	0,8188	-1,1266
0,4261	0,3385	-0,4536	0,7026	-0,1170	0,0000
0,4261	1,3540	0,0412	-0,5018	0,8188	-1,1266
0,4261	-0,1693	0,0412	0,3011	-0,1170	0,0000
-1,8979	1,3540	2,0207	-2,1077	1,7545	-1,8777

-0,0387	-1,1848	0,0412	0,3011	-0,5848	1,1266
---------	---------	--------	--------	---------	--------

4. Matriz de correlaciones

$$R = \frac{1}{n-1} X_e^t X_e = (r_{jk})$$

Nótese que la matriz de correlaciones es una matriz de varianzas y covarianzas calculada sobre datos estandarizados.

También puede expresarse en la forma:

$$R = D_s^{-1} S D_s^{-1}$$

El término genérico es:

$$r_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \right) \left(\frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{s_k} \right) = \frac{s_{jk}}{s_j s_k}$$

- La información sobre los coeficientes de correlación de Pearson entre dos variables se registra en la matriz de correlaciones.
- El grado y dirección de dependencia lineal entre variables, dos a dos, es medido por r_{jk} .

La traza como medida de variabilidad total en datos multivariantes

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d^2(x_{ij}, \bar{x}_j)$$

Siendo $d^2(x_{ij}, \bar{x}_j)$ el cuadrado de la distancia euclídea unidimensional entre el valor x_{ij} y la media \bar{x}_j .

La traza de la matriz de varianzas y covarianzas, es una generalización del concepto de varianza de una variable sobre el espacio p variante \mathbb{R}^p .

Consideremos los valores observados de la variable X^j sobre n individuos:

$$X^j = \begin{pmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ \vdots \\ x_{ij} \\ \vdots \\ x_{nj} \end{pmatrix}$$

Calculando la varianza:

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

La varianza constituye una medida global promedio del parecido entre cada una de las observaciones y el valor que mejor los representa (\bar{x}_j) en el sentido de los mínimos cuadrados:

Consideremos ahora:

$$\frac{1}{\sqrt{n-1}} \mathbf{X}_c = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{1j} - \bar{x}_j & \cdots & x_{1p} - \bar{x}_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{ij} - \bar{x}_j & \cdots & x_{ip} - \bar{x}_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{nj} - \bar{x}_j & \cdots & x_{np} - \bar{x}_p \end{pmatrix}$$

Si se suman los cuadrados de los elementos de la i -ésima fila se obtiene, salvo el factor $1/(n-1)$, la distancia entre el individuo X_i y el vector de medias de las p variables.

La varianza también constituye una medida del parecido del perfil de valores de ese individuo respecto del perfil promedio

$$\frac{1}{n-1} d^2(X_i - \bar{X}) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{n-1}} \mathbf{X}_c = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{1j} - \bar{x}_j & \cdots & x_{1p} - \bar{x}_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{ij} - \bar{x}_j & \cdots & x_{ip} - \bar{x}_p \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{nj} - \bar{x}_j & \cdots & x_{np} - \bar{x}_p \end{pmatrix}$$

Al sumar los cuadrados de los elementos en la j -ésima columna, se obtiene la varianza de la variable j :

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$\mathbf{S}_{p \times p} = \begin{pmatrix} s_1^2 & s_{12} & \cdots & s_{1j} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_2^2 & \cdots & s_{2j} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ s_{j1} & s_{j2} & \cdots & s_j^2 & \cdots & s_{jp} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pj} & \cdots & s_p^2 \end{pmatrix}$$

De los resultados anteriores se establece la relación fundamental:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d^2(X_i - \bar{X}) &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \\ &= \sum_{j=1}^p s_j^2 = tr(\mathbf{S}) \end{aligned}$$

La traza de la matriz de varianzas y covarianzas constituye una medida fundamental de la variabilidad total multivariante.

De esta manera hemos visto como con operaciones básicas del álgebra matricial se han obtenidos medidas multivariantes que son muy útiles en estadística para la caracterización de una muestra.

Referencias

Johnson, A. y Wichern, D. (2007). *Applied multivariate statistical analysis* (6a.ed.). Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.

Lebart L., Morineau A., Warwick K. (1984). *Multivariate descriptive statistical analysis* (E. Morailon, Trad.). Nueva York: Wiley. (Trabajo original publicado en 1977).

Ramírez, G. y Vásquez, M. (2008). *Análisis de Datos*. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Ramírez, G. y Vásquez, M. (2006). *Aspectos teóricos del álgebra matricial con aplicaciones estadísticas*. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Rencher, A. C. (2002). *Methods of multivariate analysis* (2a. ed.). New York: Wiley.

Uriel, E. y Aldás, J. (2005). *Análisis multivariante aplicado*. Madrid: Thomson.

LA FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA Y LA COMPETENCIA “APRENDER A MIRAR PROFESIONALMENTE” LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

Oscar Guerrero C.

Universidad de Los Andes, San Cristóbal, Venezuela
Departamento de Ciencias, Núcleo Universitario Dr. Pedro Rincón Gutiérrez
Correo electrónico: oscarg@ula.ve.

Resumen

En este artículo se examina sobre la formación de profesores de matemática como campo emergente de estudio e investigación. A la vez se presenta la agenda de investigación sobre el aprendizaje del estudiante para profesor y de la actuación profesional del profesor. En este sentido se propone el diseño de entornos de aprendizaje (Llinares, 2014) como estrategia en la formación inicial del docente de matemática y su aprendizaje. Es decir los entornos de aprendizaje se han convertido en un medio para promover la competencia docente llamada “mirar profesionalmente” (Llinares, 2013; Llinares 2016; Schack, Fisher y Wilhem, 2017) los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Finalmente se presenta una línea de investigación pedagógica llamada “Mirar profesionalmente” los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática o “una visión profesional del profesor” (Sánchez-Matamoros, Fernández, Valls, García y Llinares, 2012; Sherin, 2001, 2007).

Palabras Clave: formación del profesor de matemática, aprender a mirar profesionalmente”, enseñanza de la matemática.

La formación de profesores de matemática como campo emergente

La formación de profesores en general y de matemática en particular se ha convertido en campo emergente de estudio e investigación (Marcelo, 1994; Llinares, 1998a; Adler, Ball, Krainer y Novotna, 2005; García, 2005; Even, y Ball, 2009). En la formación inicial del profesor de matemática se han diseñado y aplicado programas de formación que apuntan al desarrollo de diversas competencias docentes dirigidas al proceso de “aprender a enseñar”, y además ayudan a los estudiantes a desarrollar una variedad de competencias y conocimientos necesarios para aprender desde la práctica (Llinares y Krainer 2006; Skilling, 2001; Carr y Kemmis, 1988).

De esta forma, diversas investigaciones (Brown y Borko, 1992; Simon, 1994;

Cooney, 1994) ponen en evidencia tres modelos de formación que dan cuenta del proceso de aprender a enseñar. El primero, se refiere al “profesor eficaz”, es decir el docente aplicaba técnicas y métodos de enseñanza diseñados desde fuera por investigadores con el fin de obtener un más alto rendimiento en el alumnado. El docente sólo seguía fielmente las instrucciones que estaban impresas en los diseños curriculares a implementar por aquel. El segundo modelo, intentó validar la relación entre las características del profesor (personalidad) con el rendimiento del alumno y alumna. Allí se evidencia que la formación docente estaba más centrada en factores como número de talleres o cursos tomados por el docente, o títulos obtenidos, y su relación con el rendimiento de los alumnos. Y el tercer modelo, hace alusión al “pensamiento del profesor”. Este modelo considera importante y determinante que la

actuación del profesor en el aula depende de lo que piensa y sabe. Y este saber tiene que ver no solo con la disciplina a enseñar, en este caso la matemática, sino con la forma de enseñarla. Esta última implica un conocimiento didáctico del conocimiento matemático que se enseñará.

Por otra parte, se aprecia un interés creciente por la agenda de investigación sobre el aprendizaje del estudiante para profesor y de la actuación profesional del profesor (Bosch, y Gascón, 2001; Llinares, 1998b, 2000; Flores, 2003; Penalva, Rey y Llinares, 2013; Llinares, 2014; Llinares, 2016). Así, dentro de la agenda de investigación referente al aprendizaje del profesor, la literatura sobre la formación del profesorado (tanto inicial como permanente) ha mostrado desde diferentes perspectivas la complejidad del proceso de aprender a enseñar (Brown y Borko, 1992; Marcelo, 1994). Malara (2008) habla del rol multifacético y complejo del profesor, en la formación permanente (facilitador, modelo, organizador de discusiones) al afrontar situaciones del aula de clase impredecibles y a veces no manejables. Así, esta autora alude a tres aspectos relacionados con el papel del profesor: la planificación de secuencias de enseñanza capaces de promover la construcción conceptual de los estudiantes, la creación de un ambiente favorable para la exploración matemática de los estudiantes y la formulación de conjeturas, y finalmente la selección de estrategias comunicativas que apoyan el compartir las ideas e interacción de los estudiantes. Asimismo, Llinares (1998b) plantea la no trivialidad de la integración del conocimiento que es aprendido por parte del estudiante para profesor de matemática en la universidad o planes de formación con el conocimiento originado en la práctica.

Este autor muestra cómo, en la formación inicial, los estudiantes para profesor de matemáticas, ante la exigencia de dos contextos como son la universidad (plan de formación: contenido, metodología, condiciones administrativas, actividades de aprendizaje) y la institución escolar donde desarrollan la práctica docente o prácticas de enseñanza, tratan de unificar criterios y lograr una comunión entre las “exigencias que proceden de sus propias concepciones (creencias y conocimientos) sobre cómo debe ser la enseñanza de las matemáticas y los recursos que poseen para hacerlo.” y “...desde perspectivas externas a ellos mismos se plantean cómo manejar las características del contexto en el que se encuentran (universidad y escuela), es decir, cómo entienden y manejan las exigencias procedentes de las propias condiciones del programa de formación (contenido, metodología, condiciones administrativas, tareas de aprendizaje que se les plantean...) y del lugar (escuela, instituto) donde realizan las prácticas de enseñanza” (Llinares, 1998b, p. 53). Lo anterior permite puntualizar que aprender a enseñar matemáticas es un proceso complejo en el cual intervienen múltiples factores, entre ellos la forma de abordar dicho proceso en los programas de formación docente.

Para algunos autores (Chapman, 2012; Llinares, 2002) las creencias y actitudes que tienen los estudiantes para profesor de matemática y los docentes en servicio influyen en la implementación del currículo de matemática en el aula de clase. A través de nuestra experiencia como formadores de profesores de matemática hemos constatado que los estudiantes para profesores y profesores en ejercicio de matemática presentan creencias y concepciones sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje producto de su

experiencia como estudiante de educación primaria, media o universitaria. Esta experiencia como estudiante se puede convertir en referente para el proceso de aprender a enseñar matemática. De allí que los programas de formación deben promover la reflexión, el conocimiento, la movilización y explicitación de ideas que se pueden convertir en obstáculos (Brousseau, 1986) con el propósito de cuestionar y modificar su “modelo de profesor” que ha venido experimentando como alumno y lograr un aprendizaje más crítico y reflexivo potenciador y generador de nuevos significados relacionados con el aprender a enseñar matemática.

Por ello, los programas de formación pueden o no contribuir al aprendizaje del estudiante para profesor, dependiendo de la perspectiva o alternativa metodológica de formación que empleen. En este sentido, Borko (2004) plantea cómo los programas de formación de desarrollo profesional son fragmentados, intelectualmente superficiales y no consideran las investigaciones relacionadas con el aprendizaje del profesor. Sin embargo otras perspectivas se están utilizando, entre otros, como: el estudio de casos (Llinares, 1994), los videos como instrumento de formación (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Star y Strickland, 2008) y los entornos de aprendizaje (Escudero Pérez, García Blanco y Sánchez García, 2006; Llinares, 2008; Borba, Askar, Engelbrecht, Gadanidis, Llinares y Sánchez-Aguilar, 2016).

En relación con la perspectiva “estudio de casos”, debe proporcionar a los futuros profesores de matemática oportunidades adecuadas para que construyan un conocimiento conceptual y las destrezas cognitivas relacionadas con el aprendizaje y

la enseñanza de la matemática. De esta manera los “casos” son escenas, situaciones de aprendizaje o enseñanza que se convierten en “problemas profesionales” relacionados con la docencia para que los estudiantes para profesor reflexionen y puedan cuestionar lo que podría considerarse como la verdad absoluta del aprendizaje o la enseñanza de la matemática. En este sentido, el propósito de los “casos” es que se conviertan para el formador de profesores en un instrumento de formación para los estudiantes para profesor de matemática y para estos últimos en un instrumento de aprendizaje para la reflexión, análisis, interpretación y toma de decisiones frente a situaciones de enseñanza de la matemática. Así mismo, el contenido de los casos (Llinares, 1994) se centra sobre: el proceso de aprendizaje de algún contenido matemático por parte de los niños o adolescentes, la planificación (fase preactiva de la enseñanza), aspectos de la interacción en el aula (fase interactiva) o proceso de reflexión y análisis del profesor sobre lo desarrollado y conseguido en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Igualmente, los casos pueden ser contruidos por profesores en ejercicio, el propio formador de profesores, los estudiantes para profesores de matemática o sacados de la literatura especializada. Finalmente, los casos deben convertirse en un problema profesional a resolver mediante la discusión colectiva con el fin de activar aquellos conocimientos, creencias o concepciones epistemológicas o didácticas que tienen los estudiantes para profesor de matemática con el propósito de cuestionarlas y establecer una relación dialéctica entre la situación real (evidencia empírica) y los principios teóricos (herramientas conceptuales) que pueden sustentar la reflexión y análisis de la situación planteada en el caso presentado.

Respecto a los videos, se han utilizado como instrumento en la formación inicial y permanente de los profesores (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Llinares y Sánchez, 1998; Star y Strickland, 2008). El video es comúnmente utilizado, entre otros propósitos, para desarrollar en los futuros docentes habilidades para el análisis y la reflexión sobre la enseñanza de la matemática de manera que genere nuevo conocimiento para la mejora de la enseñanza (Santagata y Guarino, 2011). Así mismo, Borko, Koellner, Jacobs y Seago (2011) plantean el papel que puede desempeñar el video en el desarrollo profesional del profesor en el sentido de proporcionar experiencias colaborativas y de dialogo sobre aspectos de la enseñanza tales como: el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, la gestión de la clase desarrollada por los docentes, entre otros. De lo anterior se desprende como el uso del video con intencionalidad didáctica, en el contexto de la formación inicial del profesor de matemática, puede favorecer el desarrollo de un pensamiento interpretativo, analítico y crítico sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática.

Y finalmente, el interés de los investigadores por el uso de los entornos de aprendizaje virtuales en la formación inicial de profesores de matemática se ha incrementado en los últimos tiempos (Borba y Llinares, 2012; Goos y Geiger, 2012; Guerrero, 2014). Estos autores sostienen que en dichos entornos de aprendizaje se promueve la interacción y la construcción de conocimiento. Sobre el proceso de interacción, tiene que ver con la forma como los estudiantes para profesor de matemática participan unos con otros estableciendo formas de participación en las que dialogan sobre estar de acuerdo o desacuerdo sobre sus puntos de vista y

dotar de sentido la enseñanza de la matemática. De esta forma, Wenger (2001) plantea que el proceso de interacción debe tener tres condiciones: un foco sobre intereses compartidos, una implicación mutua en la resolución de las tareas y desarrollo de un repertorio de recursos compartidos. Para este autor, la participación se caracteriza por la posibilidad de un reconocimiento mutuo, "... es tanto personal como social. Es un proceso complejo que combina hacer, hablar, pensar, sentir y pertenecer" (Wenger, 2001, p. 80).

Tanto el discurso generado por los estudiantes para profesor de matemática como las formas de participación sirven de medio en el proceso de construcción de conocimiento para la enseñanza de la matemática (Llinares y Olivero, 2008). En ese proceso de construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática se negocian significados los cuales a su vez cambia de manera constante las situaciones donde se otorgan esos significados e influye en quienes participan de esa negociación de significados. En la negociación de significados convergen tanto el proceso de participación como el de cosificación (Wenger, 2001). Este último hace referencia "... al proceso de dar forma a nuestra experiencia produciendo objetos que plasman esta experiencia en una cosa" (Wenger, 2001, p. 84). En este sentido, los estudiantes para profesor de matemática al negociar significados de alguna forma participan en la discusión a la vez que solidifican en "cosas" u objetos aspectos de su experiencia y de la práctica social de enseñar matemática.

Por ello, los programas de formación deben promover en los estudiantes para profesor el desarrollo de competencias necesarias para

aprender a enseñar matemática. Tales competencias, requeridas para aprender desde la práctica, permiten el análisis y la identificación de eventos y aspectos que suceden en la enseñanza. En consecuencia el aprendizaje del estudiante para profesor hace referencia a la activación de los procesos constructivos por parte del aprendiz que se dan en situaciones de aprendizaje y enseñanza (Guerrero, 2014). Se hace pues necesario que los estudiantes para profesor experimenten y validen en las instituciones universitarias nuevas formas de aprender a enseñar, permitiendo así la construcción de un modelo personal y profesional que implique no sólo que este aprenda sino que aprenda a enseñar matemática. Es decir, se hace necesario crear oportunidades de aprendizaje a los estudiantes para profesor de matemáticas que los prepare a aprender desde la práctica de enseñar matemática.

Los entornos de aprendizaje como recurso en la resolución de tareas profesionales.

El diseño de entornos de aprendizaje (Llinares, 2014) para apoyar la formación inicial del docente de matemática y su aprendizaje, se ha convertido en un medio para ayudar a desarrollar la competencia docente llamada “mirar profesionalmente” (Llinares, 2013) los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. En este sentido, en el diseño de los entornos de aprendizaje se deben considerar tres aspectos que contribuyen a desarrollo de la mencionada competencia docente. El primer aspecto, tiene que ver con resolver tareas profesionales (Llinares, Valls y Roig, 2008), mediante el uso de herramientas teóricas generadas y proporcionadas por la investigación en didáctica de la matemática. Se trata de que los estudiantes para profesor

utilicen las herramientas conceptuales para interpretar eventos de enseñanza de la matemática como un profesor experto, y vaya incorporando, en su discurso y pensamiento, de forma paulatina y gradual, ideas teóricas para resolver la situación problemática planteada. Algunas investigaciones reportan que la incorporación del discurso teórico en la resolución de tareas profesionales por parte de los estudiantes para profesor se da de manera progresiva, por lo que se han identificado niveles de desarrollo tales como descriptivo, retórico, instrumental y teórico-conceptual (Guerrero, 2014; Penalva, Rey y Llinares, 2013).

El segundo aspecto, está relacionado con las formas de participación y los procesos de construcción de conocimiento del estudiante para profesor que se generan en los entornos, puede ayudar al estudiante a aprender a mirar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Guerrero, 2014; Llinares, 2012). La participación se convierte en un elemento potenciador y mecanismo de ayuda para que los estudiantes para profesor, utilicen de forma progresiva, las herramientas teóricas en la resolución de las tareas profesionales propuestas en el entorno de aprendizaje. Mientras que los procesos de construcción de conocimiento hacen referencia a la forma como, en el discurso de los estudiantes, se va reflejando la apropiación de las herramientas teóricas proporcionadas por la investigación en didáctica de la matemática para interpretar y resolver tareas profesionales relacionadas con eventos de aprendizaje y enseñanza de la matemática.

Finalmente, el último aspecto, la interactividad, se puede considerar como la base sobre la que se construye el conocimiento relacionada con la resolución

de tareas profesionales en las que los estudiantes busquen información, argumenten sus puntos de vista frente a la opinión de otros de sus compañeros y usen las herramientas teóricas e interpreten los eventos de enseñanza de la matemática. La construcción del conocimiento en colaboración está basada sobre la participación del aprendiz en actividades de discurso específico, y además la naturaleza de la participación y el contenido de este discurso están relacionados a la construcción del conocimiento el cual se encuentra vinculado a los contextos sociales, culturales y físicas (Greeno, 2003; Lave y Wenger, 1991; Llinares y Valls, 2009). La construcción del conocimiento está relacionada con la naturaleza de la participación y con el contenido del discurso que se genera al participar en actividades propias de un profesor de matemática. Así la construcción de aprendizaje se desarrolla en un ámbito social y de interacción; por ello deben crearse espacios de interacción y comunicación con el propósito de que los estudiantes para profesor de matemática participen y desarrollen competencias en las que se apropien de instrumentos conceptuales (derivados de la teoría de la Didáctica de la Matemática) que le ayuden a comprender las situaciones de la enseñanza de la matemática, y a la vez generar nuevo conocimiento producto de la reflexión que hace desde la práctica.

Competencia docente: Aprender a “Mirar profesionalmente” los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Una línea de investigación emergente

Dentro de las competencias docentes a desarrollar por los estudiantes en su formación como profesor, está la de aprender a “Mirar profesionalmente” los

procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática o “una visión profesional del profesor” (Sánchez-Matamoros, Fernández, Valls, García y Llinares, 2012; Sanchez-Matamoros, Fernandez y Llinares, 2015; Sherin, 2001, 2007) o también llamada “mirar con sentido” el pensamiento matemático de los alumnos y alumnas, y los procesos de enseñanza de la matemática (Fernández, Linares y Valls, 2011; Llinares, 2009; Llinares 2016; Franke y Kazemi, 2001). De esta manera, esa capacidad de notar e interpretar lo que está ocurriendo en la propia aula de clase, lo definen Van Es y Sherin (2010), como un conocimiento dependiente de la atención (dependent knowledge), la sensibilidad hacia aspectos de su práctica, un conjunto de habilidades de atención que los profesores expertos utilizan para atender aspectos cognitivos y afectivos de lo que ocurre en el aula. Estos autores plantean que la habilidad para notar eventos de enseñanza pasa por:

- identificar lo que es importante en una situación de enseñanza,
- hacer las conexiones entre las interacciones específicas de clase y los conceptos y principios más amplios de la enseñanza y aprendizaje que ellos representan,
- con lo que los profesores conocen acerca del contexto específico de la enseñanza para razonar sobre una situación dada.

En una situación de enseñanza y aprendizaje de la matemática ocurren muchas cosas al mismo tiempo, convirtiéndose en situaciones complejas. Se trata de que los estudiantes para profesor de matemática, se den cuenta o aprendan a mirar lo que sucede en el aula de matemática, y tomen decisiones hacia dónde focalizar su atención y a qué eventos dirigir la curiosidad en un momento dado. Pero al mismo tiempo, usar esos

conocimientos que emergen de su contexto del aula para razonar sobre los acontecimientos que merecen ser atendidos y relacionarlos con las herramientas conceptuales que proporcionan la investigación en didáctica de la matemática.

El estudiante para profesor de matemática es considerado como un constructor de sus aprendizajes dentro de un contexto social. De allí que el lenguaje (signo) y la comunicación juegan un papel importante en el desarrollo del pensamiento. Las funciones psicológicas superiores se dan primero a nivel interpsicológico y luego intrapsicológicamente (ley de la doble formación de conceptos) (Vigotski, 1979a, 1979b). En este sentido, la comunicación es un elemento crucial en el aprendizaje del estudiante para profesor de matemática. La perspectiva asumida en este trabajo, define el aprendizaje del estudiante para profesor como un proceso de enculturación en la comunidad donde se participa (Llinares, 2007; Tzur, Simon, Heinz y Kinzel, 2001; Bishop, 1999).

Esto es, la comprensión se desarrolla cuando los estudiantes para profesor establecen relaciones y conexiones en su formación como profesor de matemática con la solución de problemas profesionales. La comunicación, el dialogo, implica, hablar, escuchar, escribir, demostrar ver, es decir desarrollar su pensamiento. La comunicación implica también, participar en las diversas interacciones sociales que se dan tanto presencial como virtualmente a través de debates electrónicos o virtuales en las que se comparten pensamientos ideas con otros, así como escuchar a otros para debatir o compartir sus ideas.

El aprendizaje bajo esta perspectiva, está influenciado por la participación en prácticas

culturales en las que se construyen significados relacionados con las actividades propias de un profesor de matemática cuando comparten sus razonamientos e ideas relacionadas con la solución de problemas o tareas profesionales. Así también, para Sfard (2002) el pensamiento se puede conceptualizar como una actividad de comunicación, mientras que el aprendizaje se considera como una modificación y ampliación de formas discursivas de uno mismo. Pero más que caracterizar el aprendizaje mediante el diálogo y la comunicación, es decir el desarrollo de formas discursivas, se trata de que en la construcción del conocimiento y el aprendizaje, la participación en el discurso juega un papel central. Dicha participación, permite al aprendiz la construcción del sentido sobre las tareas profesionales que está realizando.

Finalmente, la construcción del conocimiento en colaboración está basada sobre la participación del aprendiz en actividades de discurso específico y la naturaleza de la participación y el contenido de ese discurso está relacionado a la construcción del conocimiento para aprender a enseñar matemática. En síntesis, aprender a enseñar matemática tiene que ver con la participación en actividades propias del profesor de matemática en las que el estudiante se inicia en unas formas discursivas específicas (discurso específico) relacionadas con la interpretación de la enseñanza de la matemática. Para comprender la construcción del conocimiento para aprender a enseñar matemática, en actividades propias del profesor de matemática, debe considerarse la naturaleza de la participación y el contenido del discurso desarrollado al participar en actividades propias de un docente de matemática.

Reconocimiento.

La participación de O. Guerrero en este trabajo ha sido apoyada por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico, Tecnológico y de las Artes (CDCHTA), de la Universidad de Los Andes, bajo el proyecto de investigación identificado con el código NUTA-H-366-13-04-B, organismo al que le agradecemos su apoyo financiero e institucional.

La participación de S. Llinares en este trabajo ha sido apoyada por el Ministerio de Ciencia e Innovación, Secretaría de Estado de Investigación (Spain) a través del EDU2011-27288.

Referencias Bibliográficas

Adler, J; Ball, D; Krainer, K.; Lin F. y Novotna, J. (2005). Reflections on an Emerging Field: Researching Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics* 60(3), 359–381.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Borba, M.C., y Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview on an emergent field of research. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), doi 10.1007/s11858-012-0457-3.

Borba, M.; Askar, P.; Engelbrecht, J.; Gadanidis, G.; Llinares, S. y Sánchez-Aguilar, M. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM-Mathematics Education*, 48(5), 589-610.

Borko, H. (2004). Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain. *Educational Researcher*, 33 (8), 3-15.

Borko, H., Jacobs J., Eiteljorg, E. y Pittman, M. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24 (2), 417-436

Borko, H., Koellner, K., Jacobs, J. y Seago, N. (2011). Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, 43 (1), 175-187.

Bosch, M. y Gascón, J. (2001). Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. *XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques*.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2): 33-115. [Traducción de Julia Centeno, Begoña Melendo y Jesús Murillo].

Brown, C. y Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 209-239). New York: Macmillan Publishing Company.

Carr, W. y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.

Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of mathematics teacher education*, 15 (4), 263-270.

Cooney, T.J. (1994). Research and Teacher Education: In Search of Common Ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 608-636.

Escudero Pérez, García Blanco y Sánchez García (2006). Las TICs en el proceso de enseñar matemáticas. *Current Developments in Technology-Assisted Education*, pp. 1290-1294.

Even, R. y Ball, D. L. (Eds.). (2009). *The Professional Education and Development of*

Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study. USA: Springer.

Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (Junio, 2011). *Aprendiendo a "mirar con sentido" el aprendizaje de la matemática.* Trabajo presentado en XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Brasil.

Flores, P. (2003). *Relación con el conocimiento profesional en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: Reflexiones sobre cuestiones profesionales.* Ponencia en el EIEM, Évora, Mayo 2003.

Franke, M. y Kazemi, E. (2001). Learning to teach mathematics: focus on student thinking. *Theory into Practice*, 40 (2), 102-109.

García, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17 (002), 153-166.

Goos, M. y Geiger, V. (2012). Connecting social perspectives on mathematics teacher education in online environments. *ZDM Mathematics Education*, 44 (6), 705-715.

Greeno, J. G. (2003). On claims that answer the wrong questions. *Educational Researcher*, 26, 5-17.

Guerrero, C. O. (2014). Construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática en estudiantes para profesores de matemática en debates en línea. Tesis Doctoral (mención publicación). Venezuela: Universidad de Los Andes.

Lave, J., y Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation.* Cambridge: Cambridge University Press.

Llinares, S. (1994). *El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de aprender a enseñar matemáticas.* VI JAEM, Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, 252-277.

Llinares, S. (1998a). La investigación "sobre" el profesor de matemáticas:

aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, pp153-179.

Llinares, S. (1998b). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 17, 51-64.

Llinares, S. (2000). Comprendiendo la práctica del profesor de Matemáticas. En J. P. da Ponte y L. Serrazina (Eds.) *Educação Matematica em Portugal, Espanha e Italia*, (pp. 109-132). Lisboa, Portugal: SEM – SPCE

Llinares, S. (2002). Participation and reification in learning to teach: The role of knowledge and beliefs, en G. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 195-209). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Llinares, S. (2007). *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional.* Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM. Granada, Julio.

Llinares, S. (2008). Construir el conocimiento necesario para enseñar Matemática: Prácticas Sociales y Tecnología. *Evaluación e Investigación*. 3 (1), 7-30.

Llinares, S. (2009). Learning to "notice" the mathematics teaching. Adopting a socio-cultural perspective on student teachers' learning. En A. Gómez (Ed.), *EME2008 Elementary Mathematics Education* (pp. 31-44). Portugal: Barbosa y Xavier, Lda.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos b-learning. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1(2), 53-70.

Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educación en Revista*, 50, p. 117-133.

Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, pp. 31-51.

Llinares, S. (2016). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11 (15), pp 57-67.

Llinares, S. y Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instructional Science*, 37 (3), 247-271.

Llinares, S., y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teachers educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 429–459). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

Llinares, S. y Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers. En Krainer, K., y Wood, T. (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Vol. 3. Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities and networks* (pp. 1-25). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1998). Aprender a enseñar matemáticas: los vídeos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 13, 29-44.

Llinares, S., Valls, J. y Roig, A. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de

aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemática. *Educación Matemática*, 20 (3), 31-54.

Llinares, S. (2016). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza- aprendizaje de las Matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. *Cuadernos de Investigación y formación en Educación Matemática*, 15, 57-67.

Malara, N. (2008). Methods and tools to promote a socioconstructive approach to mathematics teaching in teachers. En B. Czarnocha (Ed.). *Handbook of Mathematics Teaching Research: Teaching Experiment - A Tool for Teacher-ResearcherS* (pp. 89-106). Poland: KSERKOP.

Marcelo, C. (1994). *Formación del profesorado para el cambio educativo*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias, S.A.

Penalva, C., Rey, C. y Llinares, S. (2013). Aprendiendo a interpretar el aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Características en un contexto B-Learning. *Educación Matemática*, 25 (1), 7-34.

Sanchez-Matamoros, G., Fernandez, C. & Llinares, S. (2015). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 1305- 1329. DOI: 10.1007/s10763-014-9544-y.

Sánchez Matamoros, G., Fernández, C., Valls, J., García, M. y Llinares, S. (2012). Cómo estudiantes para profesor interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de bachillerato. La derivada de una función en un punto. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 497 - 508). Jaén: SEIEM.

Santagata, R. y Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM*, 43 (1), 133-145.

Schack, E., Fisher, M. y Wilhelm, J. (2017). *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks*. USA: Springer.

Sfard, A. (2002). The interplay of intimations and implementations: generating new discourse with new symbolic tools. *The Journal of the Learning Sciences*, 11 (2 y 3), 319–357.

Sherin, M. G. (2001). Developing a professional vision of classroom events. En T., Wood; B., Nelson y J., Warfield (Eds.), *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics* (pp. 75-93). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sherin, M. G. (2007). The development of teacher's professional vision in video clubs. En R., Goldman; R., Pea; B., Barron y S. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383-395). Londres: Routledge

Simon, M. (1994). Learning mathematics and learning to teach: Learning cycles in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 71-94.

Skilling, K. (2001). *It's time to reflect on the benefits of reflective practice!*. *Primary Educator*, 7(3), pp. 7-12.

Star, J. y Strickland, S. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107–125.

Tzur, R., Simon, M., Heinz, K., & Kinzel, M. (2001). An account of a teacher's perspective on learning and teaching mathematics: Implications for teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 227-254.

Van Es, E. y Sherin, M. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (2), 155–176.

Vygotski, L. (1979a). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Crítica.

Vygotski, L. (1979b). Aprendizaje y desarrollo intelectual. En L. Leontiev y L. Vygostki (Eds.), *Psicología y pedagogía* (pp. 23-39). Madrid: Akal Editor.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.

PONENCIAS NACIONALES

EXPERIENCIA SIGNIFICATIVA PARA LA ENSEÑANZA DEL AREA DE MATEMATICAS EN EL NIVEL DE BASICA PRIMARIA.

Lida Constanza Rivera Parra

Institución Educativa La Libertad, Colombia, Tolima, Rovira.

Especialista en pedagogía, Estudiante de Maestría en Educación de la Universidad del Tolima

Correo electrónico: lidaconstanzariveraparra65@gmail.com

Margarita Rubio Torijano

Estudiante de Maestría en Educación de la Universidad del Tolima.

Especialista en Pedagogía

Correo electrónico: maruto13@gmail.com

Resumen

Las experiencias significativas en las instituciones educativas son de fundamental protagonismo en el desarrollo humano, social y cultural, ya que posibilitan la comunicación, la interacción y la empatía bases del desarrollo de las capacidades e intereses de los estudiantes, así como la generación de nuevos conocimientos. Es así, como se expone el análisis de la estrategia didáctica de la tienda escolar, desarrollada por los docentes en la Institución Educativa La Libertad Sede La Toma del Municipio de Rovira-Tolima. Partiendo de la aplicación de una metodología activa-participativa y constructivista, con un trabajo colaborativo en el que tanto el docente como el estudiante realizaron aportes significativos para socializar experiencias en forma oral y escrita, los estudiantes pudieron llevar la teoría a la práctica potenciando sus habilidades y destrezas en cuanto a las operaciones básicas en matemáticas, cálculo mental, solución de problemas, productividad, pensamiento lógico, numérico y espacial, además del reconocimiento y manipulación de la moneda colombiana. Los resultados obtenidos permitieron deducir que se trata de una experiencia significativa, dado que favoreció la creatividad, el interés y la interacción de los estudiantes. A su vez, permitió evidenciar la importancia de la innovación en los procesos de enseñanza-aprendizaje, ya que posibilitó el uso de herramientas útiles por parte de docentes y estudiantes. El trabajo permitió concluir que este tipo de experiencias son significativas en tanto favorecen la transversalización de áreas como la comunicación y comprensión de lectura; el refuerzo de aspectos de la ética como la honestidad, la amabilidad y el respeto, y del área de sociales como la referencia a las comunidades étnicas del departamento del Tolima, potenciando el sentido de pertenencia y el arraigo cultural, así como el acompañamiento y apoyo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, con base en una formación para la vida.

PALABRAS CLAVE: Experiencia Didáctica, Educación, Componentes Didácticos, Enseñanza, Aprendizaje, Tienda Escolar.

Introducción

Son las experiencias significativas en educación, la principal fuente del saber, puesto que, abarcan ejes temáticos netamente pertinentes en los estudiantes, ya que permiten apoyar las acciones de mejoramiento en la calidad educativa en el aula de clase y en su entorno.

En ese sentido, es deber de las instituciones educativas apoyar las acciones de mejoramiento que propenden por la calidad educativa, en especial aquellas que se adelantan en el aula de clase. Una experiencia significativa es aquella que permite descubrir las capacidades de los estudiantes con respecto a lo aprendido en la formación teórica. De ahí que la propuesta de una tienda escolar, en tanto una búsqueda de convertirse en experiencia significativa, se encamina a descubrir las capacidades de los estudiantes con respecto a lo aprendido en la parte teórica, involucrándolos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para un abordaje de este tipo, se hace necesario tener en cuenta la metodología y los recursos didácticos, con el fin de analizarlos a la luz de los resultados obtenidos en la evaluación formativa, todo con el fin de mejorar la calidad educativa en los estudiantes y, por ende, articular los procesos educativos de la institución con las políticas planteadas por el Ministerio de Educación Nacional. Como indica el Ministerio de Educación, existe la necesidad de que en áreas como la matemática, consideradas fundamentales en el proceso formativo, se introduzcan proyectos de aula encaminados a llevar al contexto el conocimiento teórico, en tanto ese conocimiento debe ser visto desde la perspectiva conceptual hacia lo procedimental, teniendo en cuenta en lo teórico los hechos, conceptos y las

estructuras; y resaltando, en lo procedimental, las destrezas, el razonamiento y las estrategias. Por consiguiente, una estrategia didáctica como la tienda escolar articula ambos componentes para la consecución de los fines formativos. Para el alcance de los objetivos propuestos, se aplicó una metodología activa-participativa y constructivista, ya que se buscó una interacción entre docentes y estudiantes con el fin de brindar aportes significativos, los cuales debían ser socializados en forma oral y escrita.

Marco Teórico

Importancia de la didáctica. Las estrategias didácticas son equiparables con los componentes didácticos, así lo señala; Colom, Salinas y Sureda (1988), el concepto de estrategia didáctica como una instancia que acoge tanto métodos, como medios y técnicas, considerando que el concepto proporciona mayor flexibilidad y utilidad en relación al tratamiento de las TIC en el proceso didáctico (Citado por Salinas, 2004, p. 473). Es decir, la didáctica no hace referencia exclusiva a un modo de ejecutar un proceso de enseñanza-aprendizaje, sino también a la manera como son utilizados y optimizados los recursos.

Por consiguiente, la Didáctica se define como la técnica que se emplea para manejar, el proceso de enseñanza-aprendizaje. (De la Torre, 2005), Define los componentes que interactúan en el acto didáctico, estos son:

- El docente o profesor.
- El discente o alumnado.
- El contenido o materia.
- El contexto del aprendizaje.
- Las estrategias metodológicas o didácticas. (Citado por Delgado & Solano, 2009, p. 4).

De acuerdo a lo anterior es evidente que el acto didáctico tiene como objeto de estudio el proceso de enseñanza-aprendizaje, en este proceso, están inmersos los docentes, discentes, el contexto de aprendizaje, el contenido y las estrategias metodológicas, Es por esto que se debe analizar la experiencia didáctica significativa como una acción en la que intervienen los diferentes actores del proceso formativo.

Así mismo, Díaz y Hernández, (1999). Define que las estrategias didácticas contemplan las estrategias de aprendizaje y las estrategias de enseñanza. Por esto, es importante definir cada una. Las estrategias de aprendizaje consisten en un procedimiento o conjunto de pasos o habilidades que un estudiante adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas. Por su parte, las estrategias de enseñanza son todas aquellas ayudas planteadas por el docente, que se proporcionan al estudiante para facilitar un procesamiento más profundo de la información. (Citado por Delgado & Solano, 2009, p. 4)

Según los autores, las estrategias didácticas se dividen en dos, estrategias de aprendizaje y estrategias de enseñanza, es decir, se evidencia que el proceso didáctico se enfoca en el estudiante que aprende y el docente que enseña. Así, estas estrategias deben estar entonces, fortalecidas e ir de la mano pues si alguna falla, no es preciso garantizar el éxito del acto didáctico. Dado lo anterior, es relevante destacar la experiencia didáctica vivida en el aula de clase.

Sin embargo, es necesario tener presente los parámetros y fundamentación teórico-práctica de los componentes didácticos

esenciales del proceso de enseñanza – aprendizaje, según (Cañedo. & Cáceres., 2008, págs. 18-87). El cual habla del perfeccionamiento continuo del proceso de enseñanza-aprendizaje de cada asignatura en particular y del plan de estudios en general, exige una acción renovadora en la interrelación de los diferentes componentes didácticos del proceso como son:

El Objetivo: ¿PARA QUÉ SE APRENDE Y ENSEÑA?

Es el componente que posee el proceso de enseñanza-aprendizaje como resultado de la configuración que adopta el mismo sobre la base de la relación proceso-contexto social y que se manifiesta en la precisión del estado deseado o aspirado que se debe alcanzar en el desarrollo de dicho proceso para resolver el problema. Según Cañedo. & Cáceres., 2008, (pp.18-19)

Este componente es de vital importancia en el presente trabajo, ya que, se deben tener claros los objetivos de enseñanza y aprendizaje en el acto didáctico, pues ellos son la carta de navegación al tratar cualquier tipo de conocimiento que se requiera impartir.

El Contenido: ¿QUÉ SE APRENDE Y ENSEÑA?

El contenido es el componente del proceso de enseñanza-aprendizaje, que expresa la configuración que este adopta al precisar, dentro del objeto, aquellos aspectos necesarios e imprescindibles para cumplimentar el objetivo y que se manifiesta en la selección de los elementos de la cultura y su estructura de los que debe apropiarse el estudiante para poder operar

con el conocimiento en el saber hacer profesional. Según Cañedo. & Cáceres., 2008, (pp.85-87).

Como se observa en el componente anterior, el contenido, es muy importante en el acto didáctico ya que en él se estructura y organiza el cumulo de conocimientos y habilidades que debe permear al estudiante en su aprendizaje y que por ende va de la mano con el objetivo trazado, para la presente investigación, este componente, permite identificar las falencias en cuanto a estructuración y organización en el área de matemáticas.

El método: ¿CÓMO SE APRENDE Y ENSEÑA?

Es el componente del proceso de enseñanza-aprendizaje que expresa la configuración interna del mismo, para que transformando el contenido se alcance el objetivo, que se manifiesta a través de la vía, el camino que escoge el sujeto para desarrollarlo teniendo en cuenta que lo que caracteriza al método es la motivación, comunicación y actividad. Según Cañedo. & Cáceres., 2008, (p.42)

De acuerdo al anterior componente, el método, hace referencia a materializar el acto didáctico como tal, es decir, llevar el proceso a la realidad, y es ahí donde se establecen variaciones, pues los sujetos que están inmersos en este proceso poseen particularidades definidas, pues ellos son partícipes de un sin número de preconceptos y vivencias de diferente índole, este componente entonces, es pertinente para el análisis en este trabajo, ya que en él, se pueden establecer, diferentes factores de tipo motivacional, interés, mejora de rendimiento académico con el uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para

resolver problemas en situación aditiva y multiplicativa.

La Forma. ¿DÓNDE Y CUÁNDO SE DESARROLLA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE?

La forma es el componente del proceso, que expresa la configuración externa del mismo, como consecuencia de la relación entre el proceso como totalidad y su ubicación espacio-temporal durante su ejecución, a partir de los recursos humanos y materiales que se posea; la forma es la estructura externa del proceso, que adquiere como resultado de su organización para alcanzar el objetivo. Según Cañedo. & Cáceres., 2008, (p.63)

Según el componente anterior, la forma, es la relación entre el proceso didáctico y la ubicación espacio-temporal, es decir, en él se tiene en cuenta el espacio y el tiempo en que se da el proceso, para el presente trabajo, es importante analizar este componente, ya que, está inmerso en la ubicación rural, por lo tanto, el trabajo colaborativo de la tienda escolar permite que los estudiantes investiguen acerca de los precios de los productos, beneficios, utilidad, el funcionamiento y además da la posibilidad que el estudiante aprenda de una forma activa.

Los recursos didácticos o medios de enseñanza: ¿CON QUÉ ENSEÑAR Y APRENDER?

Los recursos didácticos o medios de enseñanza son uno de los componentes operacionales del proceso de enseñanza-aprendizaje, que manifiesta el modo de expresarse el método a través de distintos tipos de objetos materiales.

Los recursos didácticos o medios de enseñanza permiten crear las condiciones materiales favorables para cumplir con las exigencias científicas del mundo contemporáneo durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Permiten hacer más objetivos los contenidos de cada asignatura del Plan de Estudios, y por tanto lograr mayor eficiencia en el proceso de asimilación del conocimiento por los estudiantes creando las condiciones para el desarrollo de habilidades, hábitos, capacidades, y la formación de convicciones. Según Cañedo. & Cáceres, 2008, (p.79)

De acuerdo al componente, recursos didácticos, el autor plantea que, son los medios o instrumentos que propician con mayor eficiencia el proceso de asimilación del conocimiento, por tal razón, es importante en este trabajo, ya que, en la construcción de la tienda escolar, se simulan situaciones propias de las tiendas urbanas, pues esta tiene todas las características, llevando al estudiante a una realidad simulada, esto con el fin, que los estudiantes se apropien de las habilidades que deben poseer al enfrentarse con la realidad.

La Evaluación Del Aprendizaje: ¿QUÉ, CÓMO Y CUÁNDO EVALUAR?

La evaluación del aprendizaje se realiza durante todo el proceso de enseñanza, en cada una de sus etapas y se clasifica atendiendo principalmente al nivel de información de los objetivos que pretende verificar, en: Diagnóstica, formativa y sumativa.

Evaluación diagnóstica, es la que se realiza antes de iniciar una etapa de aprendizaje (un curso, una unidad, un tema), con el objetivo de verificar el nivel de

preparación que poseen los estudiantes para enfrentarse a las tareas que se espera sean capaces de realizar.

Evaluación formativa, es la que se realiza durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que constituye una evaluación frecuente o sistemática, cuya finalidad es localizar las deficiencias para remediarlas. La evaluación formativa no pretende "calificar" al estudiante, ni centra su atención en los resultados sino que se enfoca hacia los procesos, y trata de poner de manifiesto los puntos débiles, los errores y las deficiencias, de modo que el estudiante pueda corregir, aclarar y resolver los problemas que entorpecen su avance.

Evaluación sumativa, Este tipo de evaluación se enfoca, a los objetivos generales o fundamentales de un curso, es decir, a aquellos que implican el mayor grado de complejidad o de integración. No se refiere solo a los conocimientos que debe haber logrado un estudiante, sino también a lo que es capaz de hacer con esos conocimientos, o bien a las habilidades que debe poseer o a las tareas que debe ser capaz de desarrollar. Según Cañedo. & Cáceres., 2008, (pp.85-87).

Este componente de evaluación, es muy pertinente en el presente trabajo, ya que, este es el resultado del proceso didáctico, según las etapas evaluativas que se referencian anteriormente (diagnóstica, formativa y sumativa), es primordial establecer y analizar, si en el acto didáctico de la Institución Educativa se está llevando a cabo cada una de las etapas evaluativas, debido a que, esta es la manera propicia y conveniente de evaluar los procesos educativos, a su vez, este componente tiene una relación directa con la estrategia innovadora que facilite el aprendizaje y

estimule al estudiante a la generación del conocimiento en el área de matemáticas con respecto a las operaciones básicas.

Aproximación al concepto de experiencia significativa

Un segundo concepto fundamental en la investigación fue el de experiencia didáctica significativa. Según Ausubel (1983), el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de la experiencia. Es decir, la experiencia humana no solo implica el uso de los recursos cognitivos, sino también afectividad. Ampliando lo anterior, se afirma que para entender la labor educativa es necesario tener en consideración los profesores y su manera de enseñar, la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo (Ausubel, 1983, p. 1).

Por lo mismo, cabe resaltar que el aprendizaje no es meramente un cambio de conducta, sino dar significancia a lo aprendido en torno a todos los aspectos de la vida diaria del individuo. El aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, entendida la estructura cognitiva como el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización, ya que no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuáles son los conceptos y proposiciones que maneja, así como su grado de estabilidad (Ausubel, 1983).

Así, los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la

estructura cognitiva del educando, lo cual facilita una mejor orientación de la labor educativa, ya que ésta no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", sino que asume que los estudiantes tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y que pueden ser aprovechados para su beneficio. (Ausubel, 1983, pp. 1-2).

De lo anterior se puede afirmar que los estudiantes tienen un sin número de conocimientos, los cuales se pueden mejorar; es decir, los estudiantes cuentan con pre-saberes que, al ser bien direccionados por el docente, son de gran ayuda para la obtención de un conocimiento relevante. En el caso de la estrategia de la tienda escolar, los estudiantes acceden a la misma a partir de unos conocimientos adquiridos a partir de sus propias experiencias.

Por otra parte, la implementación de una estrategia, cualquiera que esta sea, necesita unos requisitos, entre los que cabe mencionar (i) que el material sea potencialmente significativo; (ii) que el significado potencial se convierta en contenido cognoscitivo nuevo (Ausubel, 1983: 55); (iii) que el significado psicológico sea individual; y, finalmente, (iv) que haya disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva (Ausubel, 1983, pp. 4-5)

Es de destacar que, para la existencia de un aprendizaje significativo, el estudiante debe estar lo suficientemente preparado para recibir y articular el nuevo aprendizaje en su estructura mental; y, además, este nuevo

conocimiento debe ser relevante para que incida en su vida cotidiana.

Planteamiento del Problema

El presente trabajo, nace del interés de descubrir las capacidades de los estudiantes con respecto a lo aprendido en la parte teórica, ya que se implementan herramientas útiles orientadas al desarrollo interpersonal en las escuelas rurales, por un lado el ambiente es propicio para la enseñanza por parte del docente, y por otro lado, los estudiantes se motivan e interesan en el aprendizaje. Primordialmente, se desea mejorar las dificultades que presentan los estudiantes con las operaciones básicas en el área de matemáticas, para una educación con calidad.

De este modo y observando la revisión literaria se crea la necesidad de formular un trabajo de investigación en la institución educativa la libertad, en la cual se genera el siguiente problema de investigación:

¿Cómo crear una estrategia innovadora que facilite el aprendizaje y estimule al estudiante a la generación de conocimientos en el área de matemáticas con respecto a la temática de las operaciones básicas?

Objetivos

Objetivo general

Elaborar una estrategia innovadora que facilite el aprendizaje y estimule al estudiante a la generación de conocimientos en el área de matemáticas con respecto a la temática de las operaciones básicas

Objetivos específicos

- Construir una tienda escolar como una estrategia innovadora que facilite

y estimule al estudiante la generación de nuevos conocimientos.

- Fortalecer conceptos teóricos mediante herramientas didácticas en la temática de las operaciones básicas con la implementación de la tienda escolar.
- Implementar herramientas útiles orientadas al desarrollo interpersonal en las escuelas rurales para el desarrollo de competencias en las diferentes áreas del currículo.

Metodología

El presente trabajo permite aplicar una metodología activa-participativa y constructivista, ya que pretende que sea un trabajo colaborativo, donde, tanto el docente como el estudiante den un aporte significativo para socializar experiencias en forma oral y escrita.

Esta experiencia está basada en el aprendizaje didáctico significativo parte de los conceptos que el estudiante tiene sobre los temas: manejo de la moneda colombiana y a su vez las operaciones básicas, de este modo, se incorporaran estos conceptos de una forma práctica mediante la relación establecida en la tienda escolar, de esta manera el estudiante adquiere una significación al entrar en relación con conocimientos anteriores.

Por tanto, el trabajo que se le presenta al educando tiene las siguientes características, es significativo en sí mismo y potencialmente para el estudiante, ya que produce una interacción entre el contenido curricular que se le incorpora y lo que el estudiante modifica en su estructura cognitiva, a partir de la experiencia.

Plan de acción:

Estrategia nº 1. Este trabajo se desarrolló con los niños de primaria de la institución educativa la libertad sede La Toma del municipio de Rovira-Tolima, con el objetivo de propiciar el trabajo colaborativo, donde los estudiantes colaboraron con la creación de la tienda escolar, allí el estudiante es el protagonista de su propio aprendizaje, ya que cada uno colabora con la elaboración de los productos.

Estrategia nº 2. Creación de un espacio adecuado para instalar la tienda escolar, los estudiantes empezaron a recolectar etiquetas y recipientes de productos utilizados en casa, y se escogerá entre todos el nombre llamativo de la tienda escolar, todo esto se realiza con recursos reciclables que se tengan en el hogar y se clasifican según su uso (útiles de aseo, alimentos, droguería, etc.) Y así desarrollar una nueva propuesta metodológica que ayude a fomentar la calidad de las relaciones, la adquisición de conocimientos, y la motivación.

Estrategia nº 3. A través de la creación de la tienda escolar el estudiante elaborará una ficha de visita a la tienda escolar donde con ayuda del docente planteará algunos problemas sencillos (suma, resta, multiplicación y división) con los productos escogidos, de esta forma los niños elaborarán una tabla de registro de productos y la ganancia de cada elemento. Esta experiencia permite el mejoramiento en los procesos educativos en los siguientes aspectos:

- Motivación a los docentes al incorporar el uso de herramientas didácticas útiles en las actividades de aula.
- Interés por los estudiantes por el proceso de enseñanza-aprendizaje en nuevos ambientes de aprendizaje.

- Mejora el rendimiento académico de los estudiantes involucrados a partir de la experiencia.
- Concepción de la experiencia didáctica como una estrategia necesaria en el aula.
- Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas de composición y transformación.
- Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situación aditiva y multiplicativa

Recursos

Para la ejecución de este trabajo de aula, se han empleado textos, guías de aprendizaje escuela nueva, empaques de productos desechables, dinero didáctico, recursos humanos y productos de la región.

Producto

Mediante la incorporación de la tienda escolar se adquieren nuevos recursos para la práctica educativa por parte del docente. En el área de matemáticas como la suma, resta, multiplicación y división son la base fundamental para la vida de cada estudiante, tener claro cada uno de estos conceptos y saber que se puede aplicar en la vida diaria, es de vital importancia, esto se logra mediante la presente experiencia significativa.

Los estudiantes comprendieron la importancia de estos conocimientos básicos mejorando las habilidades para realizar cada una de estas operaciones. También se obtuvo como producto las siguientes características:

- Consideración del aprendizaje desde un nuevo enfoque, más interactivo y lúdico.

- Mejora significativa de las capacidades relacionadas con el área de matemáticas, sobre todo en estudiantes que habitualmente no encuentran motivación en las clases tradicionales.
- Manejo adecuado de la moneda colombiana.
- Mejoramiento de las relaciones interpersonales, a su vez enriquecimiento de valores tales como la amabilidad, la honestidad, el respeto y el compañerismo.
- Reconocimiento de los arraigos culturales de la región.
- Aprovechamiento de material reciclable, con el fin de crear conciencia ambiental.
- Generación de interés y motivación en todas las áreas.
- Incitación al orden y a la organización de los artículos elaborados en la tienda escolar.
- Motivación de los estudiantes a ser emprendedores, para que en un futuro puedan aplicar este aprendizaje significativo a diferentes contextos.

conocimiento hay que mirarlo desde la perspectiva conceptual hacia lo procedimental teniendo en cuenta en lo conceptual: hechos, conceptos y las estructuras, en lo procedimental: las destrezas, el razonamiento y las estrategias. Por consiguiente la tienda escolar es una estrategia de encaminar la parte conceptual y la procedimental.

El trabajo colaborativo de la tienda escolar permite que los estudiantes investiguen acerca de los precios de los productos, beneficios, utilidad, el funcionamiento y además da la posibilidad que el estudiante aprenda de una forma activa, donde esta metodología permite educar en la vida y para la vida.

Por otra parte, y teniendo en cuenta que es una escuela rural, esta experiencia permite que en el contexto donde permanece el estudiante pueda llevar a cabo una interacción con actividades económicas, ya que en el ámbito escolar va a aprender el manejo de aspectos comerciales de la vida diaria, siendo esta tienda escolar una de las primeras actividades socio económicas en la que el estudiante va a participar.

Aplicación y análisis de resultados.

El trabajo se enfoca en el manejo y organización de la tienda escolar a través de la cual, se integran las áreas de Matemáticas, Español, Sociales, Ética y Valores, teniendo identidad con estándares curriculares y desarrollo de las competencias de aprendizaje exigidas por el Ministerio de Educación Nacional.

Como lo indica el Ministerio de Educación Nacional sobre el área de matemáticas, se plantea la necesidad de introducir en el currículo los proyectos de aula, encaminados a llevar al contexto el conocimiento matemático, en tanto, que ese



Figura 1: Tienda escolar
Fuente: autor



Figura 4: Actividades en la Tienda escolar
Fuente: autor



Figura 2: Prácticas en la Tienda escolar
Fuente: autor



Figura 3: Actividades en la Tienda escolar
Fuente: autor

Conclusiones

Cualquier estrategia didáctica implementada con el fin de mejorar la calidad educativa de las instituciones siempre estará tronzada por obstáculos, muchos de los cuales resultan en ocasiones insalvables. Sin embargo, un trabajo de alta incidencia en la formación de estudiantes como la tienda escolar, se concluye que el proceso de aprendizaje es más significativo cuando éste parte de una respuesta de las necesidades del contexto. En el caso específico de la tienda escolar, esta experiencia permitió fortalecer el pensamiento espacial, lógico y numérico en estudiantes de primaria, ya que de una manera práctica y divertida se solucionaron problemas matemáticos, permitiendo al estudiante desarrollar una lógica significativa en su vida cotidiana.

Se evidenció entonces, la innovación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que se implementaron herramientas útiles orientadas al desarrollo interpersonal en las escuelas rurales, por un lado el ambiente es propicio para la enseñanza por parte de los docentes.

Por otro lado, se hace necesario rescatar el aspecto axiológico de los estudiantes a

través de experiencias como la aplicada ya que los estudiantes manifestaron que dicha actividad generó beneficios en sus relaciones interpersonales, así como interés y motivación para el desarrollo de las tareas formativas establecidas por la institución.

A su vez, toda estrategia didáctica es una herramienta poderosa para el desarrollo de competencias en las diferentes áreas del currículo, ya que favorece la consecución de conocimientos sólidos y de gran significancia para los estudiantes.

Es así como se concluye que una estrategia didáctica como la tienda escolar se convierte en experiencia significativa en tanto posibilita la obtención de saberes desde lo teórico y lo práctico, llevando dichos aprendizajes a la vida cotidiana y transformando la visión que tiene el niño de su desempeño en comunidad.

Referencias Bibliográficas

Arias Gallegos, W. L., & Oblitas Huerta, A. (2014). *Aprendizaje por descubrimiento vs. Aprendizaje significativo: Un experimento en el curso de historia de la psicología*. Boletín Academia Paulista de Psicología, 34(87).

Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de CEIF, 1, 1-10. Obtenido de http://www.academia.edu/download/38902537/Aprendizaje_significativo.pdf

Calva, M. (2003). *Concepciones y estrategias didácticas sobre la lectura. Colección pedagógica universitaria No. 39*. Recuperado de: http://www.uv.mx/cpue/colped/N_39/B%20Presentacion.pdf

Cañedo., I. C., & Cáceres., M. M. (2008). *Fundamentos teóricos para la implementación de la didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje*. 1-109. Obtenido de <http://www.eumed.net/libros-gratis/2008b/395/CARACTERIZACION%20DE%20LA%20CONFERENCIA>.

Delgado, F. M., & Solano, G. A. (2009). *Estrategias didácticas creativas en entornos virtuales para el aprendizaje*. Revista Electrónica publicada por el Instituto de Investigación en Educación., 9(2), 1-21. Obtenido de http://bibliografia.eovirtual.com/DelgadoM_2009_Estrategias.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley 115*. Por la cual se expide la ley general de educación. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906_archivo_pdf.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos básicos del aprendizaje*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_l_g9.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-89869_archivo_pdf8.pdf

Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica* (pp. 3-100). Visor.

Salinas, I. J. (2004). *Cambios metodológicos con las TIC. Estrategias didácticas y entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje*. (Vol. 56). Bordón.

Rodríguez Palmero, M. L. (2004). *Teoría del aprendizaje significativo*.

ENFOQUE CPA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES MEDIANTE EL USO DE SOFTWARE MATEMÁTICO

Raúl Alexander Fonseca Palacios

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Colegio La Salle; Cúcuta, Colombia

Magister en Prácticas Pedagógicas

Correo electrónico: raulfonseca@ufps.edu.co

Rosa Virginia Hernández

Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Magister en Educación Matemática

Correo electrónico: rosavirginia@ufps.edu.co

Luis Fernando Mariño

Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Magister en Educación Matemática

Correo electrónico: fernandoml@ufps.edu.co

Resumen

Uno de los grandes retos de las matemáticas radica en implementar estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas. Por tanto la presente investigación tuvo como propósito evaluar el enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional mediante el uso de software matemático. Esta investigación es de naturaleza cuantitativa de tipo Cuasi experimental, la población estuvo conformada por 52 estudiantes de los grados 6A y 6B de Colegio la Salle Cúcuta; para allegar a la información se consideraron los siguientes instrumentos: Prueba Pre Test y Post Test, entre los hallazgos más significativos se presentan al aplicar la experiencia didáctica en los dos grupos, el grupo experimental, reporto un leve avance en su desempeño frente al grupo control, siendo notable que no hubo una diferencia significativa en el rendimiento académico.

Palabras Claves: Enfoque CPA, resolución de problemas, software matemático y actitud hacia las matemáticas

Introducción

La resolución de problemas es una actividad compleja que pone en juego un amplio conjunto de habilidades hacia el aprendizaje de las matemáticas y que incluye elementos de creación debido a que el estudiante carece de procedimientos previamente aprendidos. (Ide Donoso & Ramírez, 2012). Enseñar matemáticas a partir de la

resolución de problemas ha sido una necesidad apremiante en el proceso educativo; sin embargo, algunos profesores dejan para el final de la unidad o programa esta importante formación. (Hernández, 2016).

Actualmente investigadores y docentes se preocupan por encontrar el mejor método de enseñanza hacia las matemáticas,

implementando estrategias metodológicas y didácticas sin dejar a un lado el uso de herramientas tecnológicas (Usaquén Castro, 2016), cuyo principal objetivo es mejorar el ambiente en las aulas y motivar a los estudiantes hacia una actitud positiva de aprendizaje de las matemáticas especialmente hacia la resolución de problemas, permitiendo una formación en competencias que promueva la incorporación hacia el mundo del conocimiento científico. (Lemus & Ursini, 2016)

El Enfoque CPA (Concreto-Abstracto-Pictórico), constituye el soporte teórico del presente documento; fue implementado a partir del año 1992 en el país de Singapur; hoy en día hace parte fundamental en Colombia hacia la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas a partir de este método; ha centrado la atención en el pensamiento, en la comprensión conceptual y en la solución de problemas.

A partir de la aplicación del método en el 75% de sus colegios, el 40% de los alumnos que se midieron demostró estar en el nivel más avanzado en la materia. Este método fue impulsado por Yeap Ban Har quien se educó con la fórmula tradicional de las matemáticas. Sólo cuando estudió para ser maestro aprendió el Método Singapur. Este método ya ha sido exportado a cuarenta y nueve países, entre ellos Estados Unidos, Inglaterra, Holanda, Perú, El Salvador, Paraguay, Brasil, Chile y varios países del sudeste asiático. (Morales, de la Carrera Fol, & Fernández, 2013).

La metodología del Enfoque CPA aplica diferentes tipos de actividades que permite al profesor tener mejores logros con un mejor aprendizaje, así como actividades investigativas en forma atractiva, juegos con

un material concreto en donde el aprender matemática será algo más que cognitivo “aprenderá Jugando”. También involucra a los apoderados, el cual los podrá guiar en su libro de actividades que le permitirá llevar un mejor registro de los logros adquiridos. Lleva a los estudiantes a un gran desafío para lograr la resolución de problemas y así un desarrollo del pensamiento lógico matemático, el docente irá realizando preguntas paso a paso para ir evaluando el proceso de aprendizaje logrado. (Espinoza Arias, 2016).

Según El objetivo del método Enfoque CPA, es posibilitar de una forma más espontánea y lúdica a los niños acorde a la edad a desarrollar habilidades que les ayudaran a enfrentar desafíos en relación a los problemas matemáticos en contextos cotidianos, visualizando y manipulando como vías de aprendizaje situaciones problemas que permitan al cerebro procesar la información a través de los estímulos que pasan a relacionarse con los conocimientos personales para luego ampliar la base cognitiva de cada persona, logran así un aprendizaje significativo.

El método permite a los estudiantes, pasar de una fase manipulativa a una fase de dibujo para gradualmente alcanzar un nivel abstracto. Mientras se enseñan los procesos de las matemáticas, se hace hincapié en la relación de los números y la profundidad de pensamiento.



Figura Nº 1 Diagrama del Método Singapur
Fuente: Morales Espinoza (2015).

Para Esta teoría orienta los principios metodológicos que subyacen al método Singapur: concreto-pictórico-abstracto; los cuales se resumen en el enfoque CPA:

Concreto: mediante actividades con material manipulativo se comienza la comprensión de los conceptos matemáticos.

Pictórico: los alumnos representan las cantidades matemáticas (conocidas y desconocidas) mediante el dibujo de un modelo ilustrado o pictórico, después son comparadas en un problema.

Abstracto: dejamos atrás el material manipulativo y los modelos ilustrados y pictóricos para utilizar signos y símbolos matemáticos.

Al mismo tiempo encontramos que en la actualidad vivimos una era en la que los desarrollos tecnológicos han permeado todas las dimensiones del ser humano, por lo que se hace indispensable analizar algunas situaciones que se presentan en las instituciones educativas frente al uso de estas tecnologías, pues la educación es uno

de los procesos fundamentales de la formación humana (Valencia & Stivel, 2016); sin embargo, muchos profesores desconocen, que la inclusión de las TIC en la educación ha generado nuevas didácticas y potenciado ideales pedagógicos formulado por docentes, ofreciendo al aprendiz libertad en explorar, observar, analizar y construir conocimientos, así mismo llevándolo a experiencias que cautivan su interés (Torres Rodríguez & Recedo Lobo, 2014).

Para (Drijvers, y otros, 2016), una consecuencia importante de la introducción de la tecnología para la educación matemática es que hace posible pensar en la educación matemática de una forma más inductiva; es decir, cuando se trabaja con varias herramientas tecnológicas es necesario aprender algunas características básicas de dichas herramientas, para que los estudiantes conozcan que es posible hacer con cada una de ellas, y tener cierta habilidad en el manejo de éstas. (Aguilar & Sánchez, 2016). Según (De Guzmán, 2007) “Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente”. (p.28)

La investigación representa un aporte innovador en el campo relacionado con la Didáctica y Enseñanza de la matemática. A pesar, de que esta línea de investigación se ha incrementado en los últimos años, aún no se reportan en las bases de datos académicas y científicas estudios relacionados con la aplicación y evaluación del modelo CPA y especialmente del Software Matemático como uso de herramienta tecnológica dentro del modelo en Latinoamérica y particularmente en Colombia. Los estudios disponibles se basan en enfoques tradicionales relacionados con: Los conocimientos previos

de los estudiantes, rendimiento académico, creencias, percepciones y actitudes de los estudiantes, la interacción del lenguaje y las expresiones matemáticas simbólicas, procesos evaluativos, habilidades metacognitivas y los procesos de interacción social, entre otros.

Preguntas de la Investigación

La orientación y el sentido del planteamiento se basan en la formulación de las siguientes preguntas de investigación: ¿Existen diferencias en la aplicación del enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional?; ¿Qué efecto tendrá la implementación de la metodología CPA en el desempeño académico de los estudiantes? ¿Cómo es el conocimiento Concreto, Pictórico y Abstracto del Enfoque metodológico CPA hacia el aprendizaje de fracciones en comparación con la enseñanza tradicional?

Objetivos

Para intentar dar respuesta a las respectivas preguntas de investigación, a continuación se presentan el objetivo:

Evaluar el enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional mediante el uso de software matemático.

Materiales y Métodos

El estudio se basó fundamentalmente en métodos cuantitativos de Investigación, relacionados principalmente en técnicas y procedimientos de Estadística Descriptiva, Inferencial y Métodos Multivariantes. El diseño central de la investigación es de

naturaleza casi experimental, pues persigue la aplicación de estrategias de enseñanza en la resolución de problemas en dos grupos: uno sometido a la metodología CPA y el otro con didáctica tradicional. Ambos grupos trabajaron GeoGebra como recurso de aprendizaje.

El diseño de la investigación es casi experimental, entre ellas están: se solicitó formalmente a la coordinadora académica del Colegio la Salle Cúcuta, la asignación de dos grupos de estudiantes que cursaran el grado 6, estos grupos son formados al inicio del año durante el proceso de matrícula, de allí que el número de estudiantes en cada grado es muy similar.

Etapas de la Investigación

A continuación, se describen una serie de etapas que se llevaron a cabo, para dar respuesta a los objetivos planteados:

Etapas I: Se aplicó la prueba Pre Test en ambos grupos, con el propósito de evaluar el conocimiento conceptual que se presentaban en estos dos grupos y las estrategias utilizadas por ellos en la resolución de problemas frente a la temática de números fraccionarios. En esta prueba los estudiantes solo tenían permitido el uso de lapicero, lápiz, borrador y sacapuntas; la duración de la prueba fue una hora.

Etapas II: Después de presentar la prueba Pre Test, se situó a los grupos (control y experimental) en las metodologías tradicional y el enfoque CPA. Se aplicaron dos talleres que constaban de 3 problemas iguales para cada grupo, sobre números fraccionarios; encaminados a retomar conceptos sobre el tema y la resolución de los problemas, la diferencia en estos talleres se evidencio mediante la intrusión del enfoque CPA y el uso software GeoGebra

mediante una programación para el grupo experimental; y en el grupo control la aplicación del método tradicional, teniendo presente la resolución de problemas bajo las estrategias planteadas por Polya (1976) y así mismo el uso del software Geogebra bajo otros parámetros.

Etapas III: Luego de la aplicación de estos talleres y la instrucción sobre el software GeoGebra, se aplicó una prueba Post Test, en ambos grupos, a los cuales se les permitió durante la prueba trabajar con el software Geogebra como herramienta tecnológica, y los demás elementos necesarios para la prueba como: Lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas.

Población y Muestra

Para el desarrollo de la investigación se tomó en cuenta a dos cursos de sexto grado (6°) de secundaria de colegio la Salle Cúcuta, Norte de Santander 2016. Estos grupos estaban conformados por 54 estudiantes, entre edades comprendidas de (10 -12) años. Los grupos están distribuidos de la siguiente manera; 28 estudiantes de 6A el cual se designó como grupo experimental y 26 estudiantes de 6B como grupo control; el nivel socio económico que presentan los estudiantes es (medio- alto) y se respetó el agrupamiento natural determinado por el colegio. Se tiene presente que para la aplicación del test actitudinal, se vinculó al grado 6C con 25 estudiantes formando un total en la población de 79 estudiantes.

Validez y Confiabilidad

La construcción de estos instrumentos se fundamentó en los Lineamientos Curriculares, Estándares Curriculares, Competencias en TIC emanados del MEN y

libros de sexto grado implementados en Chile, siendo este el único país de Sur América que está implementando el método de Singapur en la actualidad. Los instrumentos aplicados en esta investigación como la prueba Pre Test, los talleres en la experiencia didáctica y la prueba Post Test, fueron sometidos a un proceso de Validación a Juicio de Expertos, en el área de matemáticas y pedagogía. Los expertos hicieron contribuciones sobre varios ítems y se fueron incorporando hasta tener la versión final en la que se alcanzó el acuerdo inter jueces adecuado.

Tabla I. DISTRIBUCIÓN DE ÍTEMS POR PROBLEMA Y TIPO DE ELEMENTOS DEL ENFOQUE CPA EN LA PRUEBA PRE TEST Y POST TEST

Problema	Concreto	Pictórico	Abstracto
1 Pre Test		1	1
Post Test		1	1
2 Pre Test	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C
Post Test	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C
3 Pre Test	3A y 3B		3A y 3B
Post Test	3A y 3B	3B	3A y 3B
4 Pre Test	4A y 4B	4A y 4B	4A y 4B
Post Test	4A y 4B	4A y 4B	4A y 4B

Resultados y Análisis

A continuación se relacionan los análisis e interpretación de los resultados obtenidos como producto del proceso de evaluación diseñado durante el ciclo experimental y aplicado posteriormente a la experiencia didáctica.

La Tabla II. Presenta la estructura para cada situación problema aplicada en las pruebas Pre Test y Post Test, en las cuales se diseñaron ítems que medían la resolución de problemas, haciendo uso de los elementos del enfoque CPA

Análisis descriptivo de los resultados de la prueba Pre Test.

Tabla II. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA PRE TEST Y POS TEST

SITUACIONES PROBLEMAS	TEMA	ELEMENTO	ACTIVIDAD
Situación 1	Números fraccionarios	Pictórico	Completar el dibujo correspondiente al número fraccionario
		Abstracto	A partir de la gráfica escribe la fracción correspondiente
Situación 2	Fracciones equivalentes	Concreto	2A-2B-2C Aplicación de conceptos división, simplificación y equivalencia
			2A Divide el segmento de recta en 4 partes iguales
			2B Divide el segmento de recta en 10 partes iguales
		Pictórico	2C Divide el segmento de recta en 12 partes iguales
Abstracto	2A Coloca el número fraccionario que corresponde al punto al dividir la unidad en 4 partes.		
	2C Coloca el número fraccionario que corresponde al punto al dividir la unidad en 12 partes.		
Situación 3	Comparación de fracciones	Concreto	3A-3B Aplicar conceptos sobre mayor(>), menor(<), fracciones homogéneas y heterogéneas
		Abstracto	3A Ordena las siguientes fracciones $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{8}{8}$ y $\frac{7}{8}$ 3B Ordena las siguientes fracciones $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{3}$ y $\frac{2}{12}$
Situación 4	Resolución de problemas	Identificación de datos y preguntas	Problema 1 y 2: Interpretación de la situación problema,
		Diseño de plan	Pasos establecidos por el estudiante para la resolución de problemas
		Ejecución de estrategias y cálculos	Problema 1 y 2 Procesos y algoritmos para hallar la solución
		Revisión de solución	Verificación del resultado

Se consideraron las puntuaciones de cada ítem por tipo elemento (Concreto, Pictórico y Abstracto), y las estrategias utilizadas en la resolución de problemas por los dos grupos, efectuando un análisis para las pruebas Pre Test y Post Test.

Tabla III. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS PARA LAS PUNTUACIONES DE LA PRUEBA PRE TEST

		Media	DT	Mediana	Máximo	Mínimo
Total Pictórico	Experimental	6	2	5	11	4
	Control	7	3	5	11	5
Total concreto	Experimental	8	3	7	15	5
	Control	9	3	9	15	5
Total Abstracto	Experimental	11	3	10	17	7
	Control	13	3	15	17	9
Total Pretest	Experimental	39	8	37	57	29
	Control	44	10	41	67	31

Al analizar descriptivamente las puntuaciones obtenidas de a prueba Pre Test de la Tabla III, se observó que la Representación Abstracta tiene una media mayor e igual a 11 puntos con una desviación típica de 3 puntos en ambos grupos. El 50% del grupo obtuvo una puntuación menor a 12 puntos en la Representación Abstracta. La mayor variación en la puntuación (rango) corresponde a la representación pictórica en los dos grupos la cual equivale aproximadamente a 7 puntos. En la puntuación total se observa con claridad una media superior equivalente a 44 puntos del grupo control con relación al grupo experimental (39 puntos). El 50% del grupo experimental obtuvo una puntuación por debajo de 39 puntos. Existe un mayor rango (equivalente a 28 puntos) y puntuaciones en el grupo experimental que oscilan entre los 29 y 57 puntos.

Analizando los valores medios entre el elemento concreto, pictórico y abstracto en la pruebas Post Test, según la Tabla IV, se observa que las diferencias no presentaron mayores variaciones (en ambas grupos) respecto a números fraccionarios, fracciones equivalentes, comparación de fracción y resolución de problemas.

Tabla IV. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS PARA LAS PUNTUACIONES LA PRUEBA POST TEST

		Media	D.T.	Mediana	Máximo	Mínimo
Total Pictórico	Grupo Experimental	12	2	11	15	5
	Grupo Control	11	2	11	15	5
Total Concreto	Grupo Experimental	11	2	11	15	5
	Grupo Control	10	3	9	15	5
Total Abstracto	Grupo Experimental	12	2	13	15	7
	Grupo Control	12	3	13	15	5
Total Post Test	Grupo Experimental	58	10	59	74	39
	Grupo Control	49	10	49	71	25

Con respecto a la puntuación total se observa con claridad una media superior equivalente a 58% puntos del grupo experimental con relación al grupo control (49 puntos). El 50% del grupo control obtuvo una puntuación por debajo de 49 puntos. Existe un mayor rango (equivalente a 46 puntos) y puntuaciones en el grupo control que oscilan entre los 25 y 71 puntos

Tabla V. ANOVA DE UN FACTOR PUNTUACIÓN TOTAL DEL PRE TEST Y POST TEST

	Suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	6246,500	1	6246,500	38,907	,000
Intra-grupos	16375,96	102	160,549		
Total	22622,46	103			

Analizando los resultados de la Tabla V, se tiene que las puntuaciones totales medias en el Pre Test y el Post Test, evidencian diferencias significativas. El p-valor asociado a las variables es menor que el nivel de significación de 5%, esto es $p < 0,05$ y en consecuencia se rechaza la hipótesis de igualdad de medias para cada uno de los grupos evaluados.

Por medio del análisis de la Tabla VI, se verificó comprobar si existían diferencias significativas en las medias entre los dos grupos, el experimental y el control; Los resultados de los análisis de la varianza se muestran a continuación.

Tabla VI. ANOVA DE UN FACTOR PUNTUACIÓN TOTAL POR EXPERIMENTAL-CONTROL

	Suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	371,000	1	371,000	1,701	,195
Intra-grupos	22251,461	102	218,152		
Total	22622,462	103			

Al evaluar las puntuaciones medias entre los grupos Experimental y Control, encontramos que los p-valores asociados a cada una de las variables son mayores que el nivel de

significación de 5%, esto es $p > 0,05$ y en consecuencia se acepta la hipótesis de igualdad de medias para cada uno de los grupos evaluada el ANOVA, lo que nos conlleva a rechazar la existencia de diferencias significativas en las puntuaciones medias entre los grupos experimental y de control.

La Tabla VII, muestra los resultados de los elementos del enfoque CPA, concreto, pictórico y abstracto como variables dependientes en relación a las pruebas presentadas por los estudiantes al inicio del estudio Pre Test y el final de la mismo Post Test siendo esta la variable independiente (factor), con el propósito de identificar diferencias significativas y validar la hipótesis de la investigación que corresponde a la igualdad de medias entre las puntuaciones de las variables.

Tabla VII. ANOVA DE UN FACTOR PRE TEST-POST TEST POR ELEMENTOS DEL CPA

	Suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	5,616	1	5,616	,863	,355
Concreto Intra-grupos	637,744	98	6,508		
Total	643,360	99			
Inter-grupos	307,162	1	307,162	50,191	,000
Pictórico Intra-grupos	599,748	98	6,120		
Total	906,910	99			
Inter-grupos	26,256	1	26,256	2,928	,090
Abstracto Intra-grupos	878,744	98	8,967		
Total	905,000	99			

Al evaluar el valor de $p < 0,005$, se observan diferencias en las operaciones relacionadas con los elementos pictóricos, sin embargo,

en los niveles concretos y abstracto los p- valores son: $p=0,35$ y $p=0,09$; son ambos mayores que $0,05$, lo que conlleva a aceptar la hipótesis de igual de medias en estos niveles.

La Tabla VIII, muestra el ANOVA de un factor que permite evaluar la existencia de diferencias significativas entre los grupos participantes y los elementos Concreto, Pictórico y Abstracto.

Tabla VIII. ANOVA DE UN FACTOR
GRUPO (EXPERIMENTAL Y CONTROL)
POR ELEMENTOS DEL CPA

		Suma de G	Media	F	Sig.
		cuadrados	I cuadrática		
Concreto	Inter- grupos	2,726	1	2,726	,417 ,520
	Intra- grupos	640,634	98	6,537	
	Total	643,360	99		
Pictórico	Inter- grupos	,672	1	,672	,073 ,788
	Intra- grupos	906,238	98	9,247	
	Total	906,910	99		
Abstracto	Inter- grupos	16,219	1	16,219	1,788 ,184
	Intra- grupos	888,781	98	9,069	
	Total	905,000	99		

Se puede considerar que no existen diferencias significativas en los tres niveles en los grupos experimental y de control con p-valores que alcanzan $0,78$, $0,52$ y $0,18$ todos mayores a $0,05$. En consecuencia, se puede valorar la efectividad de la intervención educativa siguiendo ambos métodos, sin embargo en el plano descriptivo, se observaron puntuaciones más altas en el grupo experimental en la prueba Post Test, que se pueden asociar a los aspectos actitudinales de los estudiantes al abordar el aprendizaje mediante

estrategias que adoptan el método CPA y el uso del software.

Conclusiones

Cabe destacar que se parte del supuesto general de que es posible elaborar una estrategia didáctica que permita implementar el enfoque metodológico CPA mejorando el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la resolución de problemas de números fraccionarios a partir del uso de software matemático GeoGebra en estudiantes de sexto grado.

Para esto se inicia por describir el desempeño académico de los estudiantes, a partir de una prueba Pre Test la cual constituyó un punto de partida importante para el diseño y ejecución del estudio, la cual evidencio dificultades en el tema de números fraccionarios para ambos grupos (Experimental y Control), específicamente en procesos operativos básicos relacionados con: comparar dos fracciones, identificar cuál es la mayor o la menor fracción, representar números fraccionario en la recta numérica e identificar fracciones equivalentes a través de la multiplicación en cruz y del proceso de simplificación.

En los resultados de las pruebas, Pre Test los estudiantes no tuvieron claridad en estrategias o pasos para llegar a una solución satisfactoria en los problemas sobre fracciones, principalmente en comprensión de los conceptos implícitos y en aspectos operacionales como: la identificación de los datos, aplicación de algoritmos, procedimientos y cálculos matemáticos, recurriendo constantemente a una estrategias errónea, que sobrellevó a resultados pocos favorables.

De igual forma los resultados obtenidos en esta prueba Pre Test para ambos grupos (Experimental y Control) presentaron

resultados deficientes, demostrando un rendimiento académico poco satisfactorio, manifestando en esta fase de la investigación una homogeneidad entre los dos grupos participantes; esto se justificó debido a que varios estudiantes argumentaron que les resulta difícil resolver problemas matemáticos y más aún si contienen números fraccionarios; además expresaron que no tienen dominio conceptual ni procedimental hacia un método o estrategia a seguir para la resolución de problemas.

La aplicación del enfoque CPA a partir de la utilización del software matemático GeoGebra, ha tenido resultado satisfactorios, dado que se logró que el grupo experimental en pocas secciones de trabajo incrementara las puntuaciones en el rendimiento académico en comparación a las del grupo control, al mismo tiempo se mejoró en los dos grupos, la aplicación de estrategias de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes a partir de los talleres de didácticos propuestos para la resolución de problemas, afirmaciones que se confirman a través de los análisis estadísticos realizados en la prueba Post Test, aplicada a los dos grupos participante, la cual apuntan hacia la utilización de estrategias y procesos hacia la resolución de problemas matemáticos y por tanto a la validación de la hipótesis de estudio. Como se puede evidenciar estos resultados corroboran los planteamientos teóricos sostenidos durante todo el estudio en concordancia con lo expresado por los autores Bruner, (1985) y Polya (1976) sobre estrategias de aprendizaje en la resolución de problemas. La presente investigación viene a confirmar que el simple hecho de que los estudiantes hayan culminado su nivel en educación primaria, no significa que posean estrategias de aprendizaje en resolución de problemas en números fraccionarios ya

establecidas, siendo este un tema desarrollado durante 3 años en este nivel; es evidente la necesidad de entrenar metodologías que faciliten la incorporación de aprendizajes adecuados a la resolución de problemas matemáticos, como se ha manifestado en esta investigación a partir de los elementos Concretos, Pictórico y Abstracto quienes emanan del enfoque CPA, en el grupo experimental y las estrategias de resolución de problema de Polya en el grupo control.

Referencias Bibliográficas

- Aguilar, K. L., & Sánchez, J. A. (2016). Educación matemática y tecnologías empleadas para la enseñanza de las matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación e Innovación Educativa*, vol (1), Num (2), 56.
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 19-58.
- Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education. *In Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education*. Springer International Publishing., 1-34.
- Espinoza Arias, A. M. (Enero de 2016). *El Método Singapur en el aprendizaje de las ecuaciones lineales de primer grado: una propuesta metodológica para la enseñanza de la matemática*. Obtenido de Univeersidad Del Bío-Bío. Facultad de Educación y Humanidades. Escuela Pedagógica en Educacion Matemática: http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1810/1/Villalobos_Valdes_Ana.pdf
- Hernández, R. (2016). Errores matemáticos en el conocimiento procedimental al resolver problemas de

superficies cuadráticas. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 67-76.

Ide Donoso, C., & Ramírez, M. (Marzo de 2012). *Mejorar rendimiento de los alumnos(as) del primer año básico en el ámbito "resolución de problemas"*.

Recuperado el 2015, de Universidad Académica Urbanismo Cristiano:
<http://bibliotecadigital.academia.cl/handle/123456789/1834?locale-attribute=en>

Lemus, M., & Ursini, S. (2016). Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de bachillerato. *Universidad de los Andes*, 315-323.

Morales, P. P., de la Carrera Fol, R., & Fernández, A. M. (2013). *Método Singapur Singapore method*. 3ºB Educación Infantil. Obtenido de
<http://sites.cardenalcisneros.es/omardelacruz/wp-content/uploads/2013/12/comparacion-singapur.pdf>

Torres Rodríguez, C. A., & Recedo Lobo, D. M. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software Geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en Estudiantes de 9° de Básica Secundaria*. Recuperado el 15 de Enero de 2016, de Universidad de la Costa Repositorio Digital. Maestría en Educación:
<http://hdl.handle.net/11323/451>

Usaquén Castro, X. D. (2016). *Aplicación de TICs en la enseñanza de las matemáticas en el grado 702 de la institución educativa Municipal la Granja De Zipaquirá*. Recuperado el 20 de Febrero de 2016, de Universidad de la Sabana. Tesis de Licenciatura:
<https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/27936>

Valencia, H., & Stivel, D. (Junio de 2016). *Articulación de las TIC al método Singapur*

en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Obtenido de Universidad Católica de Manizales:
<http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/handle/10839/140>

INTERVENCIÓN EDUCATIVA EN MATEMÁTICAS A ESCOLARES DIAGNÓSTICADOS CON SÍNDROME DE ASPERGER

Sandra Liliana Castellón Matamoros

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

Licenciado en Matemáticas y Computación

Programador en Computadores y Analista de Sistemas, en IPAC/DATOS

Diplomado en Estrategia de Formación y Acceso para la Apropiación Pedagógica de las TICs,

Correo electrónico: sandra_lili939@hotmail.com

Daniel Villamizar Jaimes

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

Magister en Orientación Vocacional

Correo electrónico: d_villami@hotmail.com

Resumen

El Trastorno del Espectro Autista (TEA) se caracteriza por la alteración de la capacidad del individuo de comunicarse y entablar relaciones sociales, es por esto que El Síndrome de Asperger es un tipo de autismo complicado de diagnosticar, que presenta en los pacientes inteligencia media, alta, dificultades en habilidades sociales y el comportamiento donde se compromete seriamente el desarrollo e integración social y laboral del individuo. Con esta investigación, se busca determinar que competencias debe manejar un maestro específicamente en el área de matemáticas para mejorar, motivar, integrar e incluir a un escolar diagnosticado con el Síndrome de Asperger, en el ámbito personal, emocional, afectivo, material, físico para que mejore su calidad de vida dentro y fuera del aula de clase, teniendo en cuenta las limitaciones que pueda presentar el estudiante y potenciar sus experiencias de aprendizaje en el área de las matemáticas.

Palabras claves: Trastorno, Autista, Síndrome de Asperger, intervención

Introducción

En 1.992 La Organización Mundial de la Salud (OMS) incorpora como categoría diagnóstica el Síndrome de Asperger a partir del interés de la comunidad científica por la investigación sobre este conjunto sintomático. Mientras que el 2.013 es clasificado este Síndrome como un trastorno psiquiátrico por la Organización de la Naciones Unidas (ONU) En el año 2007,

se declaró el día 18 de febrero como “Día Internacional del Síndrome de Asperger”.

Los jóvenes diagnosticados con Síndrome de Asperger pueden necesitar a lo largo de su vida una serie de apoyos puntuales o permanentes para su adaptación social, siendo ésta complejidad, motivo de esfuerzo y estrés para muchos de estos estudiantes.

Estos diagnósticos son usados normalmente para establecer las dificultades que tiene cada niño, lo cual permite mejorar la comunicación entre el profesional y la

familia, así como con el niño, esto con el fin de procurar orientar a los padres hacia los recursos necesarios a nivel de apoyo o intervenciones que mejoren la calidad de vida de los escolares. Entre el proceso del diagnóstico y su aceptación se presenta un momento de carácter complejo para las familias y para el propio niño afectado, con un importante impacto emocional; para ello es importante que los padres, maestros, directivos, y todas aquellas personas que giran en torno al niño o al joven tengan derecho a conocer el diagnóstico con el fin de ofrecer ayuda y herramientas que le favorezcan en el desarrollo de sus habilidades personales, sociales, educativas, comunicativas y hasta profesionales.

Todo ser humano que sea diagnosticado con el Síndrome de Asperger puede presentar comportamientos difíciles de comprender por los demás, quienes los pueden catalogar como excéntrico, extraños, egocéntricos, insensibles y raros ante las situaciones, a estos estudiantes les cuesta entender sus dificultades así como su falta de intencionalidad en sus comportamientos, muchos de estos escolares con esta condición se preguntan ¿por qué no tengo amigos?, ¿por qué nadie quiere jugar conmigo?, ¿por qué no entiendo lo que quieren decir?, ¿por qué no se jugar bien al fútbol? Siendo estas mismas preguntas las que a diario se hacen los compañeros de aula, quienes no conocen y no comprenden las necesidades educativas especiales por las que atraviesa el compañero que está con ellos en el ambiente escolar ¿por qué no tiene amigos?, ¿por qué nadie quiere jugar con él?, ¿por qué no entiende lo que se le quiere decir?, ¿Por qué no juega bien al fútbol? Quienes se inquietan al ver que el comportamiento de su compañero es diferente al de ellos.

La familia de estos escolares tiene que tomar decisiones sobre el futuro que pueden implicar un riesgo para el estudiante como es el vivir solo, viajar solo, entre muchos riesgos más.

La familia juega un papel central en la vida de los escolares, ya que este elemento influye en la orientación, análisis y comprensión de los factores y elementos que pueden mejorar la calidad de vida de los estudiantes, estos influyen en el apoyo que los padres necesitan para beneficiar a su hijo teniendo en cuenta el bienestar material, físico, emocional, su interacción y relación con los familiares, pues la familia es un sistema de apoyo social donde se buscan mecanismo de solución a debilidades y reforzamiento de sus fortalezas, es de vital importancia que los padres generen sentimientos de competencia centrándose en las fortalezas del escolar que permitan orientar, reconocer y dar poder a las familias para que sean ellas quienes en su entorno ofrezcan los apoyos y favorezcan la participación de sus hijos, defendiendo sus derechos en la comunidad, cobrando con esto un papel activo y central en todo el proceso de aceptación y de inclusión con el apoyo de profesionales, tales como los psicólogos, neuro pediatras, terapeutas, docentes, y demás profesionales que se relacionan con el escolar.

El contexto en el que se desenvuelve el escolar y el papel de los compañeros es también importante, pues es allí donde se relaciona socialmente con sus iguales, sin embargo no debe limitarse a las habilidades para interactuar con el otro sino en la manera como mejorar las competencias y cómo disponer de los entornos sociales para facilitar su comprensión y su inclusión en el ámbito escolar, donde se promueva de manera efectiva su participación y disfrute en el entorno escolar en el que se desenvuelve.

Toda acción que se haga dentro del aula de clase debe ir encaminada a la inclusión, fortalecimiento y mejora de las competencias del escolar, muchas practicas se han llevado a cabo en ámbito educativo en los últimos años con el fin de favorecer la inclusión de los escolares con síndrome de Asperger permitiendo sensibilizar a los compañeros que los acompañan en la labor escolar y así mejorar su inclusión y participación en igualdad de condiciones, lo que incluye generar valores de tolerancia y respeto.

Este síndrome es más común en niños que en niñas, entre los rasgos característicos de los estudiantes diagnosticados con Síndrome de Asperger (Hans Asperger, Lorn Wing, 1981), se aprecian aspectos positivos a nivel social, comunicativo y lingüístico así como en el área de interés y actividades se pueden apreciar las siguientes características:

A nivel social y educativo se pueden describir los siguientes rasgos comportamentales: son sinceros, estos escolares, no tienen segundas intenciones ni manipulaciones, se muestran transparentes en lo que dicen, en algunos casos pueden decir alguna pequeña mentira pero sin maldad como para salir de una situación comprometida también son nobles, en el momento en que se vinculan emocionalmente con alguien diferente a la familia; son leales a esa persona hasta el final, aunque no estén de acuerdo con ellos en algún aspecto inclusive si esa persona lo ha llegado a tratar mal, tienen una retentiva de los rostros, dado a su buena memoria visual, e incluso mantienen a lo largo del tiempo los nombres de las personas que hace mucho tiempo que no ven, así mismo fechas, rutinas u horarios; de la misma forma muestran seriedad, les molestan las bromas

pesadas, son imparciales, aunque en ocasiones se dejan llevar por la emoción, no suelen hacerlo en el momento en que se les pide el punto de vista, antes de emitir un juicio, enumera lo positivo y negativo para hacer la valoración lo más ajustada posible, siendo sus puntos de vista originales e ingeniosos basados en temas que ha leído mostrando el mundo de otras maneras; son tercos y firmes en sus puntos de vista, pues los consideran correctos, ya que buscan argumentos, ejemplos y razonamientos para ilustrarlos, suelen ser estudiantes muy puntuales y no les parece una pérdida de tiempo aquellas actividades innecesarias que le puedan hacer perder el tiempo, al mismo tiempo sus conversaciones son concretas debido a que se expresan sin engaños ni rodeos, tienen una motivación clara sin doble sentido, la información es de alto nivel las cuales giran siempre alrededor de su tema de interés. Algo semejante ocurre, con su vocabulario, el cual es especializado, técnico, e incluso literario y hasta puede que use vocabulario universal, debido a que presenta gusto por los juegos de palabras y el talento lingüístico, es de destacar que colocan mucha atención a las conversaciones y a los detalles en ellas.

Estos jóvenes, tienen buena capacidad para argumentar aquello que tiene en mente, e incluso coherencia y constancia en su línea de pensamiento, así mismo, en ellos se puede apreciar una intensa fascinación por letras o números y una capacidad de lectura avanzada a niveles muy superiores comparados con otros de su misma edad (hiperlexia). En el área de los intereses y actividades se pueden apreciar ciertas características como, un interés casi obsesivo por una temática; tienen una voluntad muy firme, cuando toman una decisión se vuelve en uno de sus puntos fuertes, son muy originales, pueden llegar a ser buenos académicos, y convertirse en

verdaderos expertos en el tema específico de interés, pues tienen una alta capacidad para recopilar información y datos llegando a adquirir un conocimiento total de los temas que le interesan, siendo estos puntos fuertes en estos jóvenes.

En ese mismo contexto en ellos también se presentan puntos débiles, siendo importante mencionar que tienen un cerebro más práctico que social, les gusta mucho los aparatos tecnológicos en los que muchas veces se sumergen en ellos para así tratar de ocultar sus dificultades en lo social, en lo comunicativo y en lo conductual, debido a que presentan inconveniente para adaptar su comportamiento social en función del contexto en que se encuentra, es decir, que un comportamiento aprendido es muy probable que lo repitan en otro en el que es extraño; de hecho tiene conflicto con lo que se conoce como mentiras piadosas, sonrisa social lo que es una respuesta a un estímulo del padre o de la madre, saludo, entre otras; no comparten emociones, deseos o experiencias, muestran poco interés hacia la persona que le está hablando, debe señalarse además que sus conversaciones son muy breves y precisas o con monólogos donde usa lenguaje seleccionado, técnico o de adulto que genera una gran diferencia con sus compañeros de similar edad lo cual puede ocasionar rechazo por parte del otro; también presentan inconveniente para comprender las bromas, las ironías, las frases hechas, los refranes o metáforas emitidas por los demás.

Es común encontrar un mal uso de sus expresiones faciales y gestos, ya lo hacen de forma inconsciente.

En efecto, son estudiantes extremadamente tercos y obstinados, llegando a ser obsesivos pues pasan la mayor parte de su tiempo buscando información y hablando sobre el tema de interés, y haciendo

preguntas repetitivas, puede ser muy perfeccionista y rígidos en la realización de ciertas tareas llegando hasta corregir a los profesores cuando no lo hacen exactamente como ellos creen que se debe hacer, presentan impedimento al integrar formas de tipo auditivo y visual, lo que conlleva a encontrar problemas en la ordenamiento, planificación y control cognitivo. Por consiguiente, los escolares tienen otras características respecto al lenguaje ya que tienen impedimento en el uso de los pronombres, frecuente repiten palabras, frases o un gesto así como la poca comprensión de bromas sencillas, puede dar largas, detalladas y rigurosas explicaciones; en relación a la comunicación no verbal, tienen características especiales de pronunciación y entonación monótona o exagerada, sus gestos son limitados, escasa expresión de la cara, torpes, hasta excesivos o inadecuados al acompañar su charla.

Es muy evidente que en el establecimiento de sus relaciones sociales, presentan demasiada sensibilidad a las críticas, su comportamiento es extraño, curioso, inusual, comúnmente algo extravagante derivado de la falta de empatía, se apega a objetos, disfruta repetir acciones como caminar en una dirección y regresarse, dar vueltas a un lugar, girar objetos, los lugares poco familiares lo hacen sentir incomodo, también presentan inconveniente para comprender las reglas del comportamiento social y evitan el contacto social, en ellos hay ausencia del conocimiento intuitivo usado por las personas del común que permite acceder al mundo que los rodea de forma inmediata a través de la experiencia que se haya vivido para relacionarlas con lo que se está viviendo.

En cuanto a la coordinación motora, hay movimientos frecuentes de las extremidades y del cuerpo, posturas inusuales, pobreza

en el contacto ocular, torpeza y descoordinación así como inconvenientes con la caligrafía por lo que en algunos casos hay problemas de aprendizaje en las áreas de matemáticas, la lectura y la escritura, tienen buena memoria para aprenderse datos sobre los temas de interés aunque no comprendan el significado de lo aprendido, se interesan por cosas inusuales a su edad como con temas de astronomía, geología, entre otros;

Con respecto a las experiencias en el colegio, ellos mismos se aíslan de las actividades curriculares o extracurriculares, son excéntricos, muy propensos de acoso escolar y como consecuencia sufren de ansiedad y miedo al entorno, presenta dificultad para seguir instrucciones del profesor y mientras se acerca a la adolescencia puede presentar hipersensibilidad a las críticas

El familiarizarse con las características de estos niños permite a los docentes, a los padres de familia, a los compañeros del aula de clase y a los compañeros del colegio aceptarlo y contribuir a mejorar su relación y favorecer su adaptación e inclusión al entorno escolar donde está evolucionando el menor; estos niños comienzan a ser conscientes de sus diferencias con los otros entre los 6 y los 8 años y en muchas oportunidades los problemas son de carácter social en el campo educativo puesto que reciben respuestas negativas como las burlas, los insultos y los desprecios, por eso es importante incluirlos en el ambiente educativo y no excluirlos por su condición, sin olvidar que el perfil de cada persona es totalmente individual y diferente al otro.

En Colombia, en el 2013 se aprobó la Ley 1618, que hace énfasis en la inclusión educativa afirmando que las personas con alguna discapacidad cognitiva tienen derecho a hacer parte del sistema educativo

común, también hace referencia a la educación de calidad que tiene en cuenta las necesidades educativas especiales de los niños, jóvenes y adultos los cuales no pueden ser excluidos del sistema educativo y laboral. Así como el Congreso de la República en el 2009, por medio de la cual se aprueba la Ley 1346 Convención sobre derechos de las persona con discapacidad adoptada por la Asamblea General de la Naciones Unidas el 13 de diciembre de 2006.

Sin embargo, todo maestro debe poseer la actitud para trabajar con estos estudiantes, así como para producir en el ámbito educativo estrategias que permitan abrir los espacios dentro y fuera de un aula de clase; pero la realidad es que en Colombia hay instituciones educativas y docentes que no se sienten preparados y capacitados para atender a esta población, ya que son muy pocos los docentes que tienen las competencias para el manejo pedagógico de las personas que presentan múltiples necesidades educativas especiales y no saben cómo manejar la situación en determinado momento dentro del aula de clase, ya que se aprecia un desconocimiento sobre las diversas metodologías y estrategias de aprendizaje que se pueden emplear con esta población, por tanto hay temor al recibirlos y trabajar en igualdad de condiciones con escolares que no tienen ningún tipo de limitación, lo anterior no quiere decir que las personas que presentan una discapacidad cognitiva no puedan aprender, de hecho lo logran, según su ritmo de aprendizaje y de asimilación siendo este diferente al de los demás; El derecho a la inclusión educativa se ha convertido en un reto para los docentes por su falta de capacitación y las exigencias que el tipo de discapacidad tiene en el método de enseñanza.

Por esta razón el trabajo investigativo ha estado centrado en determinar cuál debe ser la intervención educativa en el área de matemáticas que debe manejar el docente que orienta los procesos pedagógicos en los estudiantes con Síndrome de Asperger en esa área del conocimiento, teniendo presente las características anteriormente descritas y los comportamientos que asume el estudiante en los procesos matemáticos.

En otras palabras, se busca determinar que competencias debe manejar un maestro específicamente en el área de matemáticas para mejorar, motivar, integrar e incluir a un escolar diagnosticado con el Síndrome de Asperger, en el ámbito personal, emocional, afectivo, material, físico para que mejore su calidad de vida dentro y fuera del aula de clase, teniendo en cuenta las limitaciones que pueda presentar el estudiante y potenciar sus experiencias de aprendizaje en el área de las matemáticas.

Teniendo en cuenta los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, se observa que el currículo requiere de ambientes de aprendizajes fortalecidos por situaciones significativas, contextualizadas y comprensivas que permitan desarrollar niveles de competencia más complejos en los estudiantes, los cuales se dividen en cinco pensamientos: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional, pensamientos que el docente debe adaptar a cada una de las necesidades y diferencias que presentar el estudiante diagnosticado con Síndrome de Asperger, explorando estrategias que le permitan superar con facilidad los propósitos curriculares de cada nivel de formación en esta área.

Es de recordar que el grado de asimilación y aprendizaje de los saberes matemáticos puede presentar inconvenientes para algunos de los jóvenes, mientras que para otros el nivel de asimilación es muy elevado y hasta pueden mostrar una inteligencia especial en el manejo de los saberes, exigiendo que el docente haga una adaptación curricular a los contenidos, es decir, aumentando o disminuyendo el grado de dificultad de las labores del área, esto para prevenir la carencia de motivación y desinterés, para lo que es necesario que el docente motive la capacidad de producir, de crear e imaginar dentro del proceso de construcción del conocimiento añadiendo empeño a la dimensión grafomotriz en el área de matemáticas que requieren las tareas escritas e incluso las evaluaciones escolares en donde el estudiante con Síndrome de Asperger se puede bloquear por el tipo de pregunta y no responde aun conociendo claramente la respuesta, ya que desconoce el tipo de test, elección de opciones, preguntas abiertas, entre muchos más.

Para el caso específico del trabajo de investigación se maneja dos casos de estudiantes diagnosticados con Síndrome de Asperger que estudian en instituciones educativas privadas de diferente nivel social y académico. Con ellos se buscan los siguientes objetivos: Caracterizar a los niños en edad escolar diagnosticados con Síndrome de Asperger que asisten al aula regular y determinar la metodología utilizada por los docentes de área de matemáticas para orientar las experiencias de aprendizaje en niños con este síndrome, mientras que para el docente se busca proporcionar herramientas didácticas que permitan interactuar y fortalecer habilidades matemáticas de manera efectiva con estudiantes que presenten el Síndrome de Asperger como también identificar las

dimensiones o características que debe tener el docente del área de matemáticas para trabajar con un niño que presenta este síndrome.

La relevancia de la investigación centra en explorar la creatividad y el ingenio en los docentes para que adapten el currículo de forma integral a las necesidades que requiera el estudiante donde se incluya al joven en el aula de clase tradicional sin excluir a sus compañeros, y se integre de igual manera a los compañeros sin excluir al joven que presenta este conjunto sintomatológico, formando un engranaje que le apoye en su proceso de formación académica, social, emocional, cultural, material, personal.

Referencias Bibliográficas

http://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-340021_recurso_1.pdf, página 76

http://www.amnweb.org/uploads/8/2/6/7/8267504/martos_-_el_sindrome_de_asperger.pdf, página 48.

https://es.wikipedia.org/wiki/Hans_Aspenger

<http://www.colombiaprende.edu.co/html/home/1592/article-189030.html>

Organización Mundial de la Salud. (1.993). *Clasificación internacional de enfermedades (CIE-10). Trastornos mentales y del comportamiento: descripciones clínicas y pautas para el diagnóstico*. Madrid: Meditor.

Ponce, A (2008). "De padres a padres". *Cuadernos de buenas prácticas FEAPS*

González, A (2005) *Mi hermano tiene autismo*. Madrid: Ministerio de Asuntos Sociales.

Guralnick, M. J. (2005): "Early Intervention for Children with Intellectual Disabilities: Current Knowledge and Future Prospects". *Journal of Applied Research in Intellectual Disabilities*, 18, 313 – 324.

Organización de Naciones Unidas. (2006). *Convención de Derechos de las personas con Discapacidad*

Turnbull, A. P., Summers, J. A. Turnbull, R. , Brotherson, M. J. , Winton, P. Roberts, R., Stroup – Rentier, V (2007). "Family Support and Services in Early Intervention: A Bold Vision". *Journal of Early Intevention*, 29(3), 187 – 206

Turnbull, A. P. , Turbiville, V., & Turnbull, H. R. (2000). "Evolution of family – professional partnerships: Collective empowerment as the model for the early twenty – first century". En *Handbook of early childhood intervention* (2nd ed). (pp. 630 - 650). New York, NY, US: Cambridge University Press, New York, NY.

Pozo, P, Zamora, M, Alonso, r, Illera, A, Marquez, C, Maseda, P, Perez, I, Rodriguez, J y Tendero, r (2014) "Estudio sobre las realciones de coalboración entre profesionales y familias de personas con trastornos del espectro del autismo (TEA): la perspectiva de los profesionales". *Siglo Cero. Revista Española sobre Discapacidad Intelectual*. Vol 45 (2), Núm. 250, 19 – 56

Vermeulen (2013). *I am special*. 2nd Edition. Jessuca Kingsley Publishers. London.

Tantam, D (200). "Adolescence and adulthood of individuals with Asperger Sybdrone". En kiln, A, Volkmar, F y Sparrow, S (eds) *Asperger Syndrome*, new York: Guilford Press.

Belinchón, M. (Dir.) (2001). *Situación y necesidades de las personas con trastornos del espectro autista en la Comunidad de Madrid*. Obra Social de Caja Madrid.

Belinchón, M., Hernández, J. M. y sotillo, m (2008) *Personas con Síndrome de Asperger. Funcionamiento, detección y necesidades*. Madrid: Fundación ONCE

Borreguero, P (2004). *El síndrome de Asperger. ¿Excentricidad o discapacidad social?* Alianza Editorial: Madrid.

Wing, L (1981). "Asperger's syndrome: a clinical account". *Psychological Medicine*, 11(1), 115 – 129

Schalock, R. y Verdugo, M. A. (2012). *A leadership guide for today's disabilities organizations: Overcoming challenges and making change happen*. Baltimore Brookes.

Schalock, R. y Verdugo, M. A. (2003). *Calidad de Vida. Manual para profesionales de la educación, salud y los servicios sociales*. Madrid: Alianza

Kanner, L. (1943). "Autistic disturbances of affective contact". *Nervous Child*, 2, 217 – 250

Organización Mundial de la Salud (1993). *Clasificación Internacional de Enfermedades (CIE – 19). Trastornos mentales y del comportamiento: descripciones clínicas y pautas para el diagnóstico*. Madrid: Meditor.

Organización Mundial de la Salud (2001). *Clasificación Internacional del Funcionamiento, de la Discapacidad y de la Salud*. Madrid: Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales. Instituto de Migraciones y servicios Sociales.

Happé, F. (2011) "Critica, categories, and continua: autism and related disorders in DSM – V". *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 50(6), 540 – 542

Happé, F y Charlton, R. A. (2011) "Again in Autism Spectrum Disorders: A mini – review". *Gerontology*, 58, 70 – 78.

Haverman, M. J, Heller, T., Lee, L. A., Maaskant, M. A., Shooshtari, S., y Strydom, A. (2009). Report on the state of science on health risks and ageing in people with intellectual disabilities. Faculty Rehabilitation Science, University of Dortmund.

ORIENTACIÓN PEDAGÓGICA DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS DURANTE EL DESARROLLO DE SUS CLASES. ACCIONES Y PROCESO DE INSTRUCCIÓN PARA APRENDER MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Mayra Alejandra Arévalo Duarte

Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Doctora en Educación y TIC

Correo electrónico: mayraarevalo@ufps.edu.co

Miguel Ángel García García

Universidad Francisco de Paula Santander

Magister en Educación y TIC

Correo electrónico: miguelangelgg@ufps.edu.co

Resumen

El presente artículo producto de investigación, tiene como propósito determinar la orientación pedagógica del docente de matemáticas durante el desarrollo de sus clases, e identificar las acciones y proceso de instrucción que se lleva a cabo para lograr que sus estudiantes aprendan matemáticas con tecnología. Teóricamente se orienta desde el marco del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido propuesto por autores como Shulman, Mishra y Koehler. Metodológicamente se orienta desde el enfoque cualitativo utilizando la técnica de la entrevista en profundidad para recolectar la información y la codificación teórica para el análisis de la información. Se obtienen resultados que permiten establecer que la enseñanza de la matemática con el uso de la tecnología requiere de una orientación investigativa que conlleva una responsabilidad compartida entre docentes y estudiantes para lograr los objetivos educativos-profesionales propuestos.

Palabras Clave: Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido, enseñanza de las matemáticas, tecnología, practica pedagógica.

Introducción

Precisar la integración de la tecnología en un contexto educativo no consiste en incluir y usar la herramienta en sí, debe ser una práctica que considere abordar conjuntamente los contenidos, la pedagogía y la actividad docente de tal forma que se logre una enseñanza eficaz, en otras palabras, una práctica que esté orientada por el currículo y el aprendizaje de los estudiantes a partir de la mediación de la tecnología. La integración de la tecnología no debe estar definida por la cantidad de herramientas o el tipo de tecnología

utilizada, sino por el “cómo” y el “por qué se utilizan” (Earle, 2002, p. 8).

A través del tiempo, la práctica de la integración de la tecnología para la enseñanza de las matemáticas se ha transformado, así como se han transformado y evolucionado las tecnologías. En un inicio el foco de la educación matemática estaba centrado en la identificación de espacios para la inserción de las aplicaciones tecnológicas para la enseñanza de las matemáticas, con un propósito específico: la demostración y comprobación de las ideas previamente desarrolladas en el aula. En

estas prácticas era común el uso de las calculadoras de cuatro funciones hasta las calculadoras gráficas, las cuales ofrecían capacidades para una eficiente generación de imágenes de gráficos útiles para la demostración de las ideas matemáticas, como la pendiente y la intersección de las funciones lineales y puntos de intersección de funciones múltiples, por ejemplo. Seguidamente se usaron una gran cantidad de programas de software que ofrecían ejercicios y prácticas en una variedad de ambientes que eran más entretenidos que los tradicionales centrados en el lápiz y papel, los cuales proporcionaban prácticas con el manejo de las habilidades computacionales. Estos programas fueron etiquetados típicamente como herramientas computacionales para el desarrollo de cálculos aritméticos, y actualmente se precisa su función como herramientas dinámicas de razonamiento algebraico.

En este proceso de uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas se han obtenido resultados productivos para algunos docentes y desalentadores para otros, dado que muchos docentes temen que estas herramientas desvaloricen el “quehacer matemático” de los estudiantes. Aquellos docentes que entienden los atributos de las tecnologías han promovido en sus estudiantes el aprendizaje y el ejercicio de las matemáticas con estas herramientas. Estos profesores se esfuerzan por propiciar experiencias en las que los estudiantes pueden modelar sistemas matemáticos, preguntándose “¿qué pasaría si... las preguntas de los problemas..., los modelos de los problemas desde diferentes puntos de vista..., el trabajo con problemas abiertos..., con preguntas que revelan soluciones...?”,

Estas experiencias que propician los docentes durante la enseñanza de las

matemáticas con tecnología nos lleva a plantearnos los siguientes interrogantes: ¿Cuál es la orientación pedagógica que asume el docente de matemáticas durante el desarrollo de sus clases? ¿Cuáles son las acciones que emprende para llevar a cabo el proceso de instrucción y lograr que sus estudiantes aprendan las matemáticas con el uso de la tecnología?

En este sentido, el presente artículo tiene como propósito determinar la orientación pedagógica del docente de matemáticas durante el desarrollo de sus clases, e identificar las acciones y proceso de instrucción que llevan a cabo para lograr que sus estudiantes aprendan matemáticas con tecnología. En este sentido, se espera aportar conocimientos en el campo de la didáctica de la matemática a partir de la reflexión e indagación que lleven a la transformación y promoción de buenas prácticas en el área de la matemática de acuerdo con el contexto de la tecnología.

Este artículo toma como referencia la investigación titulada “Competencias TIC de los docentes de matemáticas en el marco del modelo TPACK. Una perspectiva para el desarrollo de buenas prácticas pedagógicas”. El contexto de estudio corresponde a la Universidad Francisco de Paula Santander – Cúcuta, la población seleccionada fueron los docentes de matemáticas adscritos al Departamento de Matemáticas y Estadística que estuvieron orientando alguna asignatura de matemáticas durante el primer semestre académico del año 2015. La técnica aplicada para la recolección de datos fue la entrevista en profundidad, el análisis de la información se realizó a través del método de codificación teórica (abierto, axial y selectivo) utilizando como apoyo el software Atlas Ti, versión 7.0.

Referentes Teóricos

Mishra y Koehler (2006), consideran que los niveles de comprensión y conocimiento de los docentes y su desarrollo hacia el TPACK4 requieren ser aclarados en sus componentes de conocimientos básicos y sus intersecciones. Este modelo destaca la importancia de la interacción de los dominios de conocimiento base: contenido (CK), pedagogía (PK) y tecnología (TK) para la configuración de los dominios de conocimiento compuestos: conocimiento pedagógico de contenido (PCK), tecnológico del contenido (TCK), tecnológico pedagógico (TPK).

El Conocimiento Pedagógico del Contenido -PCK establece que la enseñanza, así como las condiciones que promueven el aprendizaje se encuentran estrechamente vinculadas a las actividades propias del currículo, la evaluación y la pedagogía, incluyendo el conocimiento sobre los métodos de enseñanza que se ajustan al contenido y la organización de este para una mejor enseñanza. Este enfoque también incluye abordar: *“Los temas que se enseñan en la materia de acuerdo al nivel académico, las formas más útiles de representar esas ideas, las analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones, en una palabra, las formas de representar y formular el tema para que sea comprensible a los demás”* (Shulman, 1986, p.9).

El conocimiento tecnológico del contenido (TCK), es la comprensión sobre como la tecnología influencia y limita el contenido que se va a enseñar. En este caso, los profesores deben saber cuáles son las tecnologías más pertinentes para enseñar

un contenido, y como cambia o se transforma este cuando se integran las tecnologías. También incluye la toma de decisiones sobre la elección adecuada de recursos tecnológicos que favorecen la comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes.

El conocimiento tecnológico pedagógico (TPK), corresponde a la comprensión sobre el como la tecnología puede contribuir a la configuración de escenarios de aprendizaje pertinentes para el estudiante y para el desarrollo de sus competencias. Incluye el conocimiento y la habilidad del docente para transformar la tecnología y adaptarla al contexto de manera creativa y flexible en favor del aprendizaje de los estudiantes.

El conocimiento tecnológico pedagógico del contenido (TPACK), es el conocimiento que facilita la interacción con la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje para la búsqueda de soluciones únicas a los problemas educativos presentados. También permite potenciar los atributos de la tecnología y reconocer en sus limitaciones nuevas formas de adaptarla a la materia y a los contextos educativos. El dominio sobre este tipo de conocimiento por parte del docente promueve en los estudiantes el aprendizaje teórico práctico de un contenido determinado con la ayuda de la tecnología (Koehler y Mishra, 2008).

En este marco, Mishra y Koehler (2006) ampliaron la descripción del conocimiento tecnológico del contenido – TCK, como sigue: “los maestros necesitan saber no sólo los temas de la materia que ellos enseñan, sino también la manera en que el tema de la materia puede ser modificado por la aplicación de la tecnología” (pág. 1028). Y del conocimiento tecnológico pedagógico –

⁴ TPACK – Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido.

TPK, como “el conocimiento de la existencia, los componentes y funciones de las diversas tecnologías que se utilizan en los entornos de enseñanza y aprendizaje, y de cómo la enseñanza podría transformarse como resultado de la utilización de determinadas tecnologías” (pág. 1028). Estas descripciones añadidas explican las diversas intersecciones en términos generales, sin embargo, no son incorporadas en el contexto de desarrollo del TPACK en matemáticas.

Para esta acción, el Comité de Tecnología AMTE decidió desempaquetar los niveles de pensamiento y comprensión de los profesores hacia el proceso de desarrollo del TPACK, como se describen en el marco TPACK y proponer cuatro temas considerados principales pues son los que enmarcan el modelo de desarrollo del TPACK para el Profesor de Matemáticas: Currículo y Evaluación, Aprendizaje, Enseñanza y Acceso. Además, el Comité de Tecnología propone tratar el currículo y la evaluación de forma conjunta para poner de relieve la conexión entre estos dos temas en el proceso de toma de decisiones. A partir de este pensamiento, el Comité de Tecnología desarrolló los siguientes factores que se describen en el cuadro 1.

Cuadro 1. Descriptores de temas para el desarrollo del TPACK en profesores de Matemáticas (Niess et al., 2009, p.11).

TEMA	DESCRIPTORES
Currículo y evaluación	Currículo, el tratamiento de los temas de la materia Evaluación, la valoración de la comprensión de los estudiantes
Aprendizaje	Centrarse en los temas de la materia (el aprendizaje de temas de matemáticas) Demostración de las concepciones de cómo aprenden los estudiantes

TEMA	DESCRIPTORES
	(desarrollo de habilidades de pensamiento de los estudiantes)
Enseñanza	Centrarse en los temas de la materia (enseñanza de temas de matemáticas) Los enfoques didácticos (enseñanza) Los ambientes de Aula El desarrollo profesional
Acceso	Uso (si se les permite o no utilizar la tecnología a los estudiantes) Barreras (cómo los profesores hacen frente a las barreras de la integración de la tecnología) Disponibilidad (cómo la tecnología hace que los niveles sean más altos y las matemáticas estén disponibles para la investigación y para un número de estudiantes cada vez mayor y más diverso.

Finalmente, se afirma que estos niveles y descriptores para el desarrollo del TPACK, proporcionan directrices útiles para que los profesores e investigadores planifiquen, exploren, mejoren y evalúen el proceso de integración de las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas.

También muestran la importancia de la interacción y la participación que los profesores de matemáticas deben tener con los tres ámbitos de conocimiento y sus interacciones (CK, PK, TK, PCK, TPK, TCK) durante la integración de las tecnologías digitales. Así mismo, sugieren a los programas de desarrollo profesional docente pautas para diseñar, aplicar y evaluar su formación de acuerdo con el marco TPACK y sus formas de desarrollo (Niess, 2011).

Resultados y Discusión

A continuación, se exponen los elementos que configuran la orientación pedagógica que asume el docente de matemáticas durante el desarrollo de sus clases y se describen las acciones que emprende para llevar a cabo el proceso de instrucción y lograr que sus estudiantes aprendan las matemáticas con el uso de la tecnología.

Dimensión: Orientación pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas en el contexto de la tecnología, acciones e instrucciones.

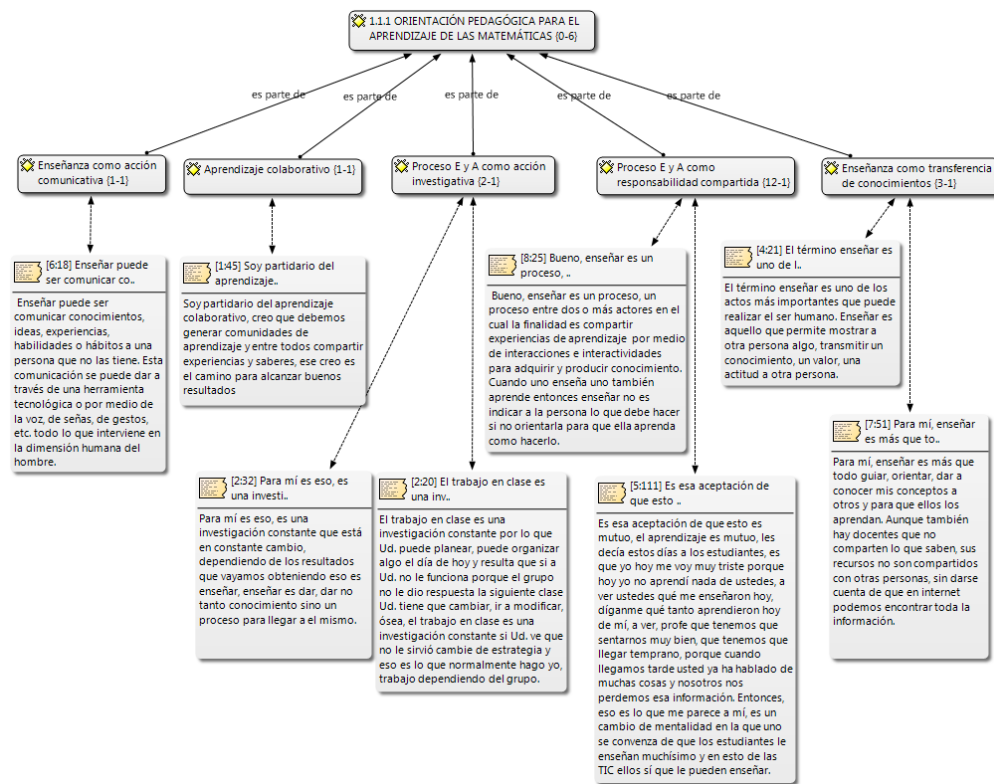


Figura 1. Orientación pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas en el contexto de la tecnología, acciones e instrucciones.

La figura 1, describe la dimensión “Orientación pedagógica para el aprendizaje de las matemáticas”, que corresponde al enfoque que asume el profesor de matemáticas durante el desarrollo de sus clases y las acciones que emprende para llevar a cabo el proceso de instrucción y lograr que sus estudiantes aprendan.

De acuerdo con la figura 1, los aspectos que forman parte de esta dimensión se reflejan en asumir el proceso de enseñanza y aprendizaje como: una responsabilidad compartida y una acción investigativa. En este caso, los docentes propician prácticas de enseñanza a partir de la transferencia de conocimientos por la acción comunicativa y, el aprendizaje lo promueven a través del proceso colaborativo.

En este contexto, el parámetro de mayor prevalencia entre los docentes de matemáticas es asumir el proceso de enseñanza y aprendizaje como una responsabilidad compartida. Al respecto, los docentes manifiestan que “es esa aceptación de que esto es mutuo, el aprendizaje es mutuo..., es un cambio de mentalidad en la que uno se convence de que los estudiantes le enseñan muchísimo y en esto de las TIC ellos sí que le pueden enseñar” [5:111]. Esta aceptación tiene la finalidad que tanto docentes como estudiantes se comprometan con la formación y promuevan escenarios donde se puedan compartir experiencias por medio de interacciones e interactividades para adquirir y producir conocimiento. En este entorno, el docente trabaja mutuamente con el estudiante orientándolo en la consecución de los objetivos educativos propuestos y exigiéndose a sí mismo, la responsabilidad de lograrlos, como se afirma en la siguiente cita: “Cuando uno enseña uno también aprende entonces enseñar no es indicar a la persona lo que debe hacer si no orientarla para que ella aprenda como hacerlo” [8:25].

Por otra parte, hay docentes que asumen la enseñanza de las matemáticas como un proceso de transferencia de conocimientos, donde el docente debe facilitar la información a los estudiantes que deseen aprender y tengan la voluntad de hacerlo. En este proceso de enseñar, también se deben transmitir valores y actitudes como se describe en la cita: “enseñar es uno de los actos más importantes que puede realizar el ser humano. Enseñar es aquello que permite mostrar a otra persona algo, transmitir un conocimiento, un valor, una actitud a otra persona” [4:21], inculcando al mismo tiempo, las ventajas y posibilidades que trae la formación profesional sobre todo a aquellos estudiantes que no quieren aprender. Los docentes manifiestan que el uso de las TIC ayuda con la acción de transferir conocimiento, posibilitando en el estudiante la búsqueda de la información, su apropiación y contraste con la práctica del docente en clase. El docente no se debe negar a esta forma de aprender que ofrece la tecnología ya que en la actualidad los estudiantes tienen la ventaja de conseguir toda la información en la red, como se manifiesta en la siguiente cita: “... también hay docentes que no comparten lo que saben, sus recursos no son compartidos con otras personas, sin darse cuenta de que en internet podemos encontrar toda la información” [7:51].

También hay docentes que asumen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como un proceso investigativo, manifestando que esta orientación es la que les exige estar en constante consulta sobre nuevas metodologías, estrategias, para promover el aprendizaje de los estudiantes y atender las transformaciones necesarias para mejorar el proceso, así como se evidencia en la siguiente cita: “el trabajo en clase es una investigación constante por lo

que Ud. puede planear, puede organizar algo el día de hoy y resulta que si a Ud. no le funciona porque el grupo no le dio respuesta la siguiente clase Ud. tiene que cambiar, ir a modificar, ósea, el trabajo en clase es una investigación constante si Ud. ve que no le sirvió cambie de estrategia y eso es lo que normalmente hago yo, trabajo dependiendo del grupo” [2:20]. Sin embargo, en estas prácticas no se evidencia una indagación sistemática propia del proceso investigativo.

Los docentes también consideran importante implementar durante el proceso de aprendizaje de los contenidos matemáticos el trabajo colaborativo, que le permita al estudiante la posibilidad de intercambiar saberes, conocer otras perspectivas y contextos para fortalecer los conocimientos adquiridos. Este escenario es considerado pertinente, ya que según los docentes, mejora el desempeño de los estudiantes y promueve el desarrollo de competencias en el área, manifestación que se refleja en la siguiente cita: “Soy partidario del aprendizaje colaborativo, creo que debemos generar comunidades de aprendizaje y entre todos compartir experiencias y saberes, ese creo es el camino para alcanzar buenos resultados” [1:45].

El reconocimiento del acto de enseñar como una acción comunicativa, le permite a los docentes reconocerse y reconocer el acto educativo dentro de una dimensión humana con sus características, oportunidades y limitaciones, para así orientar un proceso de enseñanza y aprendizaje pertinente, desde la realidad de sus actores y contexto en el que se desenvuelven. El uso del lenguaje humano y tecnológico como mediadores de este proceso permite el acercamiento al conocimiento de manera comprensible, actualizada y oportuna, respondiendo igualmente con la exigencia de la sociedad actual. Estas situaciones se reflejan en

manifestaciones como “Enseñar puede ser comunicar conocimientos, ideas, experiencias, habilidades o hábitos a una persona que no las tiene. Esta comunicación se puede dar a través de una herramienta tecnológica o por medio de la voz, de señas, de gestos, etc. todo lo que interviene en la dimensión humana del hombre” [6:18]. En este caso, los docentes de matemáticas asumen la acción comunicativa como la posibilidad para el intercambio de información en el que se trasmite y recibe el mensaje a través de un sistema de símbolos aceptados por ambas partes.

Conclusiones

El principio orientador de los docentes para enseñar las matemáticas en el contexto de la tecnología es trabajar la acción educativa desde la dimensión humana reconociendo su complejidad y particularidad y proyectando desde este contexto practicas pedagógicas que promuevan el aprendizaje mutuo, colaborativo y la voluntad de aprender para lograr los objetivos educativos propuestos los cuales redundan en la formación de profesionales competentes, acercándolos al conocimiento que brinda las tecnologías de manera comprensible y consciente según las necesidad de su formación profesional.

La enseñanza de las matemáticas con el uso de la tecnología se promueve como un proceso investigativo a través del trabajo colaborativo, en el que existe la necesidad de transferir conocimientos por parte del docente y la voluntad de aprenderlos por parte del estudiante. Esta transferencia de conocimientos se promueve a través de la instrucción y las acciones que emprende el docente para lograr que sus estudiantes alcancen las metas propuestas en el curso. Desarrollando así, una comprensión más sólida de los contenidos y los procesos

matemáticos, y abandonando las experiencias de memoria - algorítmicas conducidas a responder, donde se limita al estudiante a la manipulación simbólica y repetitiva de las variables según la extensión de los problemas planteados.

Referencias Bibliográficas

Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6), 38. Obtenido de http://punya.educ.msu.edu/publications/journal_articles/mishra-koehler-tcr2006.pdf

Niess, M. L., Ronau, R. N., Shafer, K. G., Driskell, S. O., Harper S. R., Johnston, C., Browning, C., Özgün-Koca, S. A., & Kersaint, G. (2009). Mathematics teacher TPACK standards and development model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 4-24. Disponible en:

<http://www.citejournal.org/vol9/iss1/Mathematics/article1.cfm>

Niess M.L. (2011) Investigating TPACK: knowledge growth in teaching with technology. *Journal of Educational Computing Research* 44, 299–317.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. Recuperado el 3 de Noviembre de 2011, de http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf

CONCEPCIONES DOCENTES EN EL ÁREA MATEMÁTICAS FRENTE AL PROCESO FORMATIVO POR COMPETENCIAS EN EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Marisol Quintana

Ministerio de Educación Nacional – Proyecto Todos a Aprender
Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Educación
Correo electrónico: licmarisolquintana@gmail.com

Cesar Augusto Hernandez Suarez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Doctor en formación en Ciencias de la Educación
Correo electrónico: cesarauosto@ufps.edu.co

Gerson Adriano Rincón Álvarez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Educación y neurociología
Correo electrónico: gersonadrianora@ufps.edu.co

Resumen

El desarrollo didáctico en el área de matemática, converge en el establecimiento de situaciones inherentes a la construcción de escenarios donde se promueve un aprendizaje significativo en relación a este elemento, por ello, se hace necesario establecer las concepciones de los docentes que se desempeñan en el área de matemática, con relación al proceso formativo por competencias en educación básica primaria. La metodología utilizada hace énfasis al enfoque metodológico cualitativo caracterizada por describir los aspectos y características que se presentan en la problemática de estudio, en este caso, la forma, manera y estrategias desarrolladas por los docentes para la implementación de las prácticas pedagógicas en el área de matemáticas, por lo cual se hizo necesaria la aplicación de entrevistas y observaciones, las cuales se categorizaron de acuerdo con las categorías base: epistemología, pedagogía y didáctica, para de esta manera lograr establecer que las concepciones del docente se asumen desde la matemáticamente competente, así como el desarrollo de la matemática mediada por aspectos culturales, entre otros aspectos que inciden en la práctica pedagógica de los docentes de matemática. La investigación contribuyó desde las categorías epistemológica, pedagógica y didáctica, hacia la consecución de evidencias que se reflejan en función de situaciones inherentes al desarrollo del conocimiento del hombre con base en las prácticas pedagógicas en el área de matemática, donde se reflejan fenómenos que desde la perspectiva educativa promueve la construcción de aprendizajes significativos.

Palabras Claves: Concepciones docentes, área matemática, proceso formativo por competencias, educación básica primaria

Introducción

El desafío de la educación se basa en que esta debe ganarse la aceptación social de la comunidad, traduciéndose, a la vez, en términos de calidad ética de la educación y del rigor científico-didáctico de la enseñanza. Se justifica, entonces, posar la mirada hacia las prácticas de aula para considerar el valor del conocimiento que se adquiere como un asunto fundamental para los docentes y los estudiantes. Desde esa perspectiva, en la que docentes y estudiantes interactúan en un contexto educativo para potenciar el conocimiento colectivo, es relevante considerar si aquellos son solo expertos en determinadas disciplinas, o si les interesa reivindicar el conocimiento pedagógico como algo que requiere dedicación especial. De cualquier forma, en las prácticas pedagógicas en matemática, prima la resolución de problemas racionales que demanda la vida cotidiana, las necesidades de la sociedad, la producción, el desarrollo de la técnica y de la cultura.

El desarrollo de los seres humanos se orienta hacia la construcción de saberes de manera consecutiva, en ello, inciden de manera adecuada la educación, donde se reflejan los procesos de enseñanza y aprendizaje, propios de las prácticas pedagógicas de los docentes, en este sentido, es necesario definir de manera específica las prácticas pedagógicas en el área de matemática, de allí la necesidad de establecer el rol que cumplen los docentes de esta área, para lograr el establecimiento de las concepciones de los docentes que se desempeñan en el área de matemática frente al proceso formativo por competencias en educación básica. La enseñanza de la matemática debe asumirse como un proceso que conduzca a la reflexión de los procesos que dentro de la

misma intervienen, en este sentido, es necesario que los estudiantes asuman la construcción de una estructura cognitiva abierta que permitan el entendimiento de los diversos axiomas presentes dentro de la realidad, al respecto es importante que se asuma la existencia de un discurso formal, como es el caso del objeto de conocimiento de diversos elementos, por ello, se manifiesta el desarrollo del razonamiento lógico deductivo, en este sentido, se requiere que la enseñanza de la matemática se defina mediante una forma creativa, donde se motive al estudiante a la construcción de aprendizajes.

Resulta necesario, entonces, revisar las características que tienen las concepciones de los docentes en relación con las prácticas pedagógicas de la matemática, así como la influencia que estas puedan ejercer en su práctica educativa. Dentro de las situaciones problemáticas, se evidencia la concepción del espacio matemático o de conceptos básicos algebraico-numéricos que, al permanecer invisibles en los contenidos, resultan limitativos para el aprendizaje de la matemática. También, la manera en que se manifiestan las operaciones mentales, en las que el pensamiento funge como función analítico-sintética cerebral. Adicionalmente, existe la tendencia a olvidar preguntarnos, en el rol de docentes, sobre las cuestiones que sabe o no sabe un alumno antes de introducir conceptos de aprendizaje en la clase. Esta tarea de indagación de conocimientos previos es olvidada con frecuencia, a pesar de lo que aconseja la pedagogía constructivista y la psicología cognitiva. Las prácticas pedagógicas en matemática, presenta dificultades en cuanto a su interpretación y, más aún, en su aplicación como forma de inserción económica y desarrollo que implica una nueva forma de pensar. Esto implica que todo ser humano tiene derecho, durante su

formación, a estudiar en un ambiente que logre construir en él las herramientas necesarias para adaptarse al exigente entorno en que está inmerso, de modo que ese ambiente favorezca desarrollar en él todo su potencial cognitivo, social, cultural, físico, afectivo con que la naturaleza lo ha provisto.

A tal panorama no escapa la institución educativa Presbítero Álvaro Suarez del municipio de Villa del Rosario, donde se logró verificar que las clases de los docentes son monótonas, donde se aprecia la carencia de estrategias por parte de los docentes en su práctica pedagógica. A ello se le suma la enseñanza de la matemática, la cual constituye evidencias poco adelantadoras, el pensamiento lógico se ve afectado porque los sujetos no sienten interés por el desarrollo de los contenidos de matemática, lejos de sentirse atraídos por la matemática se sienten desmotivados, se sienten temerosos por el manejo de los números, lo cual hace que su capacidad hacia el desarrollo del pensamiento lógico matemático se vea afectado y por ende se pierda la capacidad para la resolución de problemas. Dentro de los antecedentes, se ubica a nivel internacional Moreno & García (2009) quienes desarrollaron una investigación sobre la epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor en Venezuela. Asimismo Lebrija, Flores & Trejos (2010) desarrollaron una investigación en Panamá sobre el papel del maestro y el papel del alumno en las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de matemáticas. De igual manera Vioria & Godoy (2010) analizaron la planificación de estrategias didácticas para el mejoramiento de las competencias matemáticas de sexto grado. Pérez & Ramírez (2011) investigaron sobre las estrategias de enseñanza para la

resolución de problemas matemáticos desde los fundamentos teóricos y metodológicos en Caracas, Venezuela. En el mismo orden de ideas, se presenta en Costa Rica, Alpízar (2014) quien realizó una investigación sobre las actitudes del docente de matemáticas de enseñanza secundaria (eso y bachillerato) en la relación docente–estudiante.

A nivel nacional se encuentra Varón & Otalora (2012) analizaron las estrategias de intervención con maestros centradas en la construcción de espacios educativos significativos para el desarrollo de competencias matemáticas en el Valle del Cauca. De igual manera, en Cali, Zambrano (2013) realizó un análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de educación básica primaria en Colombia, para determinar los factores familiares, escolares, condiciones socioeconómicas de los estudiantes, prácticas y métodos pedagógicos que intervienen en el logro de los objetivos del área de matemáticas, para lo cual, se utilizaron los datos de las pruebas TIMSS 2007. Por su parte; Martínez, Mosquera, Ordoñez & Jiménez (2014) realizaron una investigación sobre las prácticas pedagógicas matemáticas en atención a la diversidad y el imaginario del docente en la institución educativa San Agustín de la ciudad de Popayán.

Por su parte, Murillo (2014) en Medellín realizó una investigación sobre las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación en la solución de situaciones cotidianas con fracciones. A nivel regional en la ciudad de Cúcuta por Ramírez (2015), sobre la formación por competencias a partir de las practicas pedagógicas desarrolladas por los docentes en el colegio Santos Apóstoles.

En cuanto al fundamento teórico, es pertinente comprender las **prácticas pedagógicas**, las prácticas pedagógicas en la matemática, es uno de los tópicos de mayor complejidad puesto que las determinaciones que allí se hacen presentes, se conjugan en función de concepciones reales, para nadie es un secreto que muchos de los profesionales de hoy fueron reprobados en algún momento en esta área, esas creencias inciden incluso en el desempeño docente, al respecto Melgarejo (2015) señala: “Nuestras concepciones sobre qué es matemática influyen en la forma en que la enseñamos. Además, nuestras creencias pueden ser un obstáculo. Un obstáculo insalvable” (p. 41), lo que se cree de la matemática puede ser un factor que incida en la enseñanza de la misma, es así como Godino (2010) señala:

Los profesores que ven su tarea como la transmisión de un conocimiento acabado y abstracto tienden a adoptar un estilo expositivo. Su enseñanza está plagada de definiciones, en abstracto, y de procedimientos algorítmicos. Sólo al final, en contados casos, aparece un problema contextualizado como aplicación de lo que supuestamente se ha aprendido en clase. La resolución de problemas se queda para el Taller de Matemáticas, en clase hacemos cosas más serias, las auténticas matemáticas. (p. 29). Dentro de las prácticas pedagógicas es de fundamental importancia tomar en cuenta el desempeño del profesor, quien debe asumir su rol como un facilitador de aprendizajes y en ningún momento promover la transmisión de conocimientos, porque ello hace que el aprendizaje no sea significativo, en este caso, es necesario acotar que las prácticas pedagógicas en la matemática deben ser contextualizada, que atienda las necesidades de los estudiantes y que conduzca hacia la revalorización de la

estructura cognitivas, donde la enseñanza se convierta en un verdadero aliado del aprendizaje para de esa manera lograr un impacto significativo en la formación de los estudiantes, de igual forma, es necesario referir lo expuesto por García (2011):

Para comprender las prácticas pedagógicas en la matemática se propone utilizar el "triángulo didáctico", en tanto herramienta de análisis. Constituido por 3 vértices: el saber, el docente y el alumno, el lugar que cada uno de ellos ha ocupado en la enseñanza define 3 tipos generales de concepciones didácticas que han dado lugar a diversos métodos de enseñanza. (p. 42). En las prácticas pedagógicas en la matemática, intervienen el saber, el cual puede ser comparado con el objeto de aprendizaje, además de ello, es necesario asumir el docente quien se encarga del desarrollo de los diferentes contenidos que se hacen presentes dentro de la realidad, otro de los elementos es el estudiante quien debe demostrar una completa disposición hacia prestar atención a los diferentes elementos que enmarca la enseñanza de esta ciencia, es desde estas diferentes perspectivas que se ha dado paso a la constitución de diferentes formas de enseñanza y por ende de aprendizaje, Brousseau (2010) señala la siguiente caracterización:

a) La enseñanza como técnica: en tanto conjunto de técnicas y métodos que sirven para lograr mejores resultados; b) la enseñanza empírico-científica: en tanto estudio de la enseñanza como disciplina científica que planifica situaciones y las analiza junto a sus resultados en forma estadística y c) la enseñanza sistémica: en tanto ciencia que teoriza la producción y la comunicación del

saber matemático en su autonomía de otras ciencias (p. 123).

Puestas así las cosas la enseñanza como técnica propone el empleo de una serie de técnicas que permiten el abordaje de diferentes contenidos mediante el cual el docente dinamiza las prácticas pedagógicas, para que se generen mejores resultados en la construcción de los aprendizajes, además de ello, es necesario contar con la enseñanza empírico-científica, en esta se asume toda la connotación de la matemática como ciencia que necesariamente tiene un compás e acción práctico, porque el abordaje de las diferentes operaciones, hace que coexistan los dos elementos. En el caso de la enseñanza sistémica, se vale de la comunicación para ser empleada por otras ciencias y desde ella enseñarla, se considera allí la matemática como una ciencia global. Existe un sin número de evidencias en las prácticas pedagógicas en la matemática, las cuales muestran las bondades de esta ciencia, Melgarejo (2015) la concibe desde dos acepciones:

1. La identificación e interpretación del objeto de interés supone el desarrollo de un cuerpo teórico y 2.- Este cuerpo debe ser específico del saber matemático y no provenir de la aplicación de teorías desarrolladas en otros dominios (como ser la psicología, la pedagogía u otras). (p. 56). Una tendencia en las prácticas pedagógicas en las matemáticas que hace referencia a la interpretación del objeto de aprendizaje, mediante su definición teórica y otra dimensión donde entra en juego lo disciplinar, es decir, que los dominios se manifiesten en función de competencias comunicativas que permiten el desarrollo de la enseñanza de la matemática, por ello, es esencial hacer referencia a la concepción matemática o

fundamental, definida por Brousseau (2010): “una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos, en los que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos” (p. 12), se requiere necesariamente dentro de las prácticas pedagógicas en la matemática la comunicación de los resultados de la administración de la misma, a ello, se le suman los objetos que se consideran son parte de las prácticas pedagógicas en las matemáticas.

En el mismo orden de ideas, es pertinente adentrar en las evidencias teóricas de las **concepciones**, La educación enfocada en concepciones que permiten ver el inicio de cada uno de los procesos que se llevan a cabo en la misma asimismo se puede ver que la práctica pedagógica se concibe en la a reflexión crítica que hace el docente sobre la práctica y el cambio en la conducta desde una perspectiva teórica y ética, es el puente entre la teoría y la práctica profesional, lo que permite concebir el currículo como una herramienta de experimentación, indagación, para lanzar cuestionamientos sobre el sentido y naturaleza de su práctica. Al respecto, las concepciones de la matemática radican en atender las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, con la finalidad de que estas sean transformadas y de esta manera se logre concretar elementos que redunden en la perfección del conocimiento, otra de las concepciones es el cómo se asume las prácticas pedagógicas en las matemáticas, lo cual es necesario y se evidencia en un compromiso con la producción de conocimiento científico, además se presenta como concesión, el dominio práctico de los postulados teóricos que encierra está área, por ello, las prácticas pedagógicas en las matemáticas es un factor de necesaria atención. En el mismo orden de ideas

Melgarejo (2015) señala acerca de las concepciones de los docente de matemática que: “La concebimos como una disciplina en tanto conjunto de saberes organizados, cuyo objeto de estudio es la relación entre los saberes y su enseñanza” (p. 39), para que se generen las prácticas pedagógicas en las matemáticas necesariamente debe existir un saber de esta forma ambos elementos constituyen un fenómeno que sirve de orientación a un abordaje crítico de las prácticas pedagógicas en las matemáticas.

Las prácticas pedagógicas en las matemáticas es denominada matematización, así lo concibe Treffer (2008): “Matematizar es organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos relevantes, descubrir regularidades, relaciones y estructuras” (p. 129), para comprender este concepto y su incidencia dentro de las prácticas pedagógicas en las matemáticas. Desde esta perspectiva, se demuestra como las concepciones de las matemáticas, permiten asumir la detección de como el aprendizaje se vaya construyendo, es decir, mediante esa función social que trae consigo las prácticas pedagógicas en las matemáticas, es así como el conocimiento de la matemática se convierte en una norma social, desde siempre se ha manifestado que el desarrollo de competencias matemáticas es necesaria para el comportamiento social de los individuos, sin embargo debido a la visión conductista se había dejado de lado la posibilidad de consolidación del conocimiento, de manera que el entorno tiene mucho que ver con la construcción de estructuras cognitivas que promuevan en la persona una formación integral, aunada a la perspectiva previamente mencionada. Con base en lo anterior, es preciso asumir como otra de las premisas dentro de la construcción teórica

las **competencias**, La formación por competencias es el enfoque educativo que está en el centro de la política educativa colombiana en sus diversos niveles. Es una convergencia de los comportamientos sociales, afectivos y las habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un papel, un desempeño, una actividad o una tarea.

En este sentido, a las competencias las sustenta el paradigma humanista, el cual impugna las teorías conductistas de la educación, para presentar una visión diferente del ser, en una forma libre abierta e integral, para poder cumplir el episteme educativo como indica Hamachek (1987), “Ayudar a desarrollar la individualidad de las personas, apoyar a los alumnos a que se reconozcan como seres humanos únicos y asistir a los estudiantes a desarrollar sus potencialidades. (p 171). La finalidad de la competencia se ubica entre el saber y la creencia, es promover el desarrollo del conocimiento personal de los estudiantes, como entes únicos que no solo participan cognitivamente en las aulas, sino como individuos que ostentan del afecto. La caracterización epistemológica de las competencias, se encuentra en las orientaciones educativas por entender la naturaleza y la existencia humana. El existencialismo como postura humanista afianzada a la corriente filosófica del ser, sin embargo el individuo nunca deja de relacionarse de forma congruente ya que según Barragán (2012), “La persona se vuelve más eficaz cuando aprende a aceptarse a sí mismo” (p. 1516). Las competencias internas se encuentran entre las investigaciones de Ausubel (1976), al formalizar la teoría sobre la interiorización, por medio de las verdaderas concepciones, que se fundan a partir de definiciones primeramente descubiertas por el individuo

en su ambiente. Rodríguez (2008), define el aprendizaje significativo como: ...una teoría de aprendizaje porque ésta es su finalidad. La Teoría del Aprendizaje Significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo. (p. 8)

El conocimiento se centra en relacionar los aprendizajes previos con la nueva información, en oposición al aprendizaje por repetición o frecuencia memorística, al considerar que no solamente se relaciona el saber, sino el comprender. Para que este aprendizaje sea efectivo es necesario intuir, emplear lo conocido, con sus intereses y potencialidades. Para Ausubel, todo ambiente de aprendizaje contenía dos ejes primordiales, el vertical y horizontal. Como un plano cartesiano el eje vertical hace informe al aprendizaje adquirido por el estudiante, es decir, los conocimientos que altera, transfigura y estanca la información e iría del aprendizaje repetitivo al aprendizaje significativo. La dimensión vertical representa la metodología de enseñanza por el docente, que trasciende de la enseñanza perceptible, en la que el orientador muestra de modo evidente lo debe instruirse para un descubrimiento espontáneo por parte del aprendiz.

Partiendo de lo preliminar, las competencias demuestran que a pesar de la interacción entre las instrucciones y el aprendizaje, ambas son respectivamente autónomas, de tal modo que la enseñanza, no se introduce por ímpetu hasta un aprendizaje. Por tanto, la formación por competencias, es viable en las prácticas pedagógicas, la receptiva y la enseñanza por encuentro o estudio. En las

teorías del aprendizaje significativo, al distinguir como el eje vertical, puede anexar a los conocimientos estructurados para el individuo a partir analogía con pensamientos previos.

La formación por competencias establece un margen importante en la educación, al referirse como una habilidad individual, para percibir la información. Wechsler (1940), en sus estudios de inteligencia emocional indica "la diferencia que estableció entre "elementos intelectuales" y "elementos no intelectuales" (factores afectivos, personales y sociales), señalando la necesidad de considerar la existencia de estos últimos" (p. 103). El desarrollo pleno de los elementos intelectuales en los individuos, favorece en su habilidad para afrontar situaciones, al considerar que su acto emocional se basa en la valoración cognitiva de circunstancias personales.

Materiales y Métodos

El paradigma interpretativo o hermenéutico de la investigación busca la comprensión de los fenómenos de una manera tal que permita su interpretación y su comprensión, para de esta manera promover el desarrollo del conocimiento de una manera subjetiva, pero sin olvidar el objetivismo que lleva consigo la ética del investigador, se caracteriza por ser un dialogo abierto, comprometido con el entorno, además de comprender todas las interrelaciones que se generan desde el objeto de estudio, para de esta manera contribuir con el desarrollo de los postulados inmersos en el conocimiento científico La presente investigación se enmarca bajo el enfoque cualitativo, la investigación cualitativa, la misma permite la caracterización del objeto de estudio, además de la valoración de los elementos

que se relacionan con este. Por ello, es necesario señalar que la investigación cualitativa va más allá de una simple descripción, conviene todo un estudio sistemático de la realidad y trasgredir las fronteras en el establecimiento de todos los factores que puedan intervenir en la constitución del objeto de estudio, estas orientaciones son el punto de partida para definir elementos claves dentro de la caracterización de las prácticas pedagógicas de los maestros de matemáticas de la institución educativa Presbítero Álvaro Suarez del municipio de Villa del Rosario frente a la formación por competencias.

En esta oportunidad es tomado el diseño etnográfico por tanto, para el procedimiento de recolección de la información, ello permitió autor adentrarse en el contexto definido para el estudio y aplicar el instrumento de recolección de la información y de esta manera lograr un levantamiento de la realidad desde una óptica interpretativa que condujo a una desinhibición de todos los elementos propuestos en relación al objeto de estudio. De allí que la etnografía asume a grupos humanos. De esta forma, esta investigación se realiza a través de un diseño etnográfico, ya que se busca describir los rasgos y caracteres para crear una imagen realista que refleje las prácticas ejercidas por los docentes del área de Matemáticas en la institución educativa Presbítero Álvaro Suarez del Municipio de Villa del Rosario. Con énfasis en ello, se asumió la presente ruta de investigación, la cual cumplió dos momentos consecutivos:

Momento 1: Se determinó la forma en que hacen presencia los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos en la práctica de los maestros del área de matemáticas en la institución educativa, para ello, se realizó una observación directa en el aula, donde por medio del instrumento diario de campo se realizaron los registros de cada situación

presentada. Para el proceso se observación se realizó el correspondiente mapeo y fichas de observación donde se tomaron en cuenta aspectos relevantes relacionados con las categorías deductivas del estudio en relación a “epistemología”, “pedagogía” y “didáctica”.

Momento 2: Se establecieron las concepciones disciplinares, didácticas y pedagógicas de los maestros del área de matemáticas frente al proceso formativo por competencias, para este momento se aplicó una entrevista en profundidad, con un guion de preguntas orientadas desde las categorías principales del estudio, de esta manera se logró registrar los testimonios de cada docente, para lograr la comprensión de los mismos. La presente investigación asumió como escenario la institución educativa Presbítero Álvaro Suarez del Municipio de Villa del Rosario. De esta forma, se considera que los informantes claves de esta investigación están conformados por 5 docentes y sus prácticas pedagógicas en el área de Matemáticas que se imparten en los diferentes grados de la Institución Presbítero Álvaro Suarez del Municipio de Villa del Rosario, que son tomados como unidades de estudio, desde los cuales se observó, describió y se dará origen a los datos de la investigación. Al hacer referencia a esta etapa de la investigación es necesaria la recolección de la información para conocer el comportamiento del objetivo propuesto por la investigadora y así darle solución a la problemática planteada. Se realizaron observaciones registradas en diarios de campo y entrevistas a los docentes. Los resultados de los instrumentos se estructuraron ilustrando el procedimiento y el producto de la investigación, es decir, se convirtieron en la síntesis teórica de todo el trabajo.

Análisis de los diarios de campo desde la categoría deductiva Epistemología

Resultados y Análisis

Momento 1 - Análisis de Los Diarios de Campo

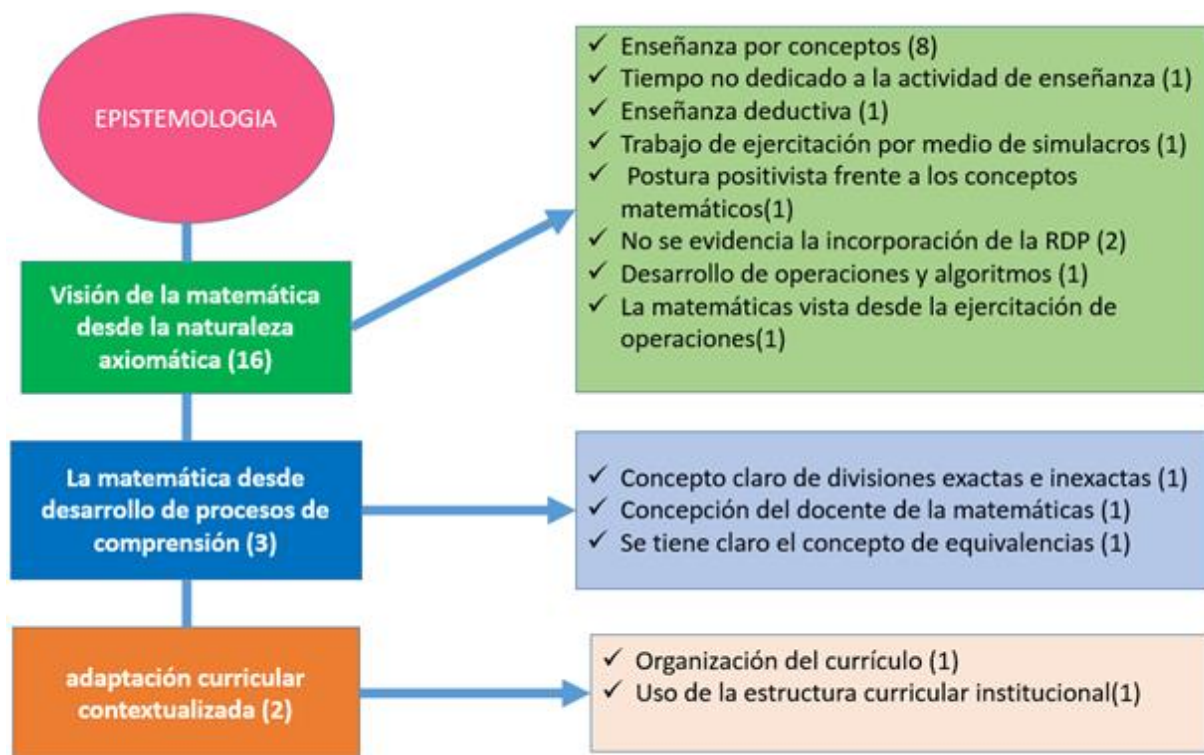


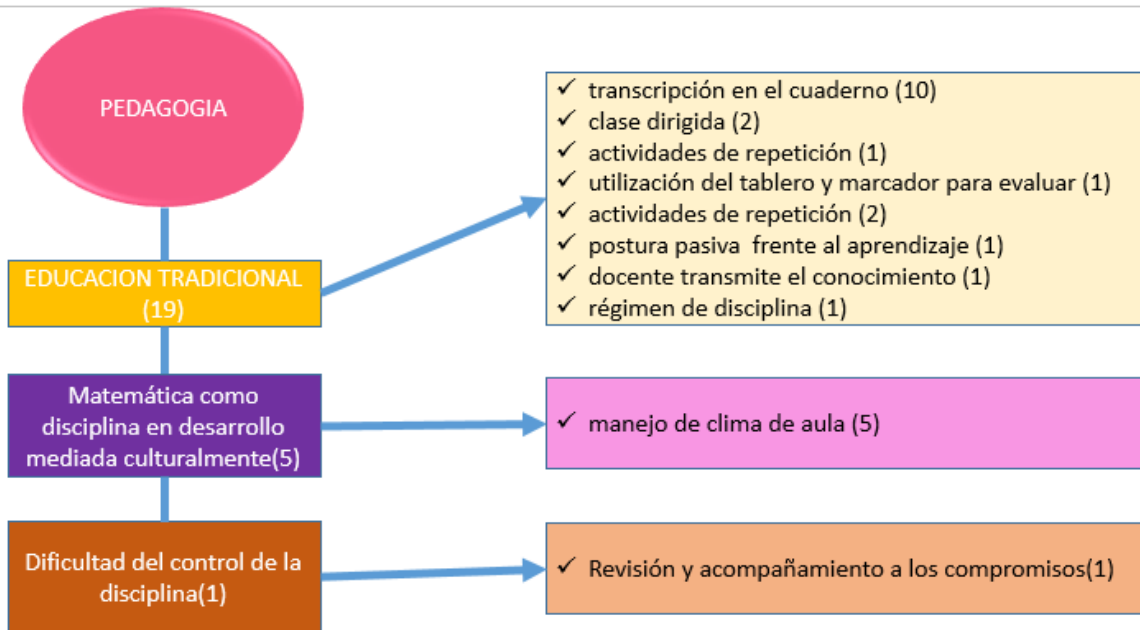
Figura 1 Categoría deductiva de epistemología en relación con las axiales y sus categorías inductivas que la determinaron.

Fuente: Elaboración Propia

A continuación se evidencian los datos obtenidos de la información, con la finalidad de establecer las concepciones de los docentes desde la perspectiva disciplinar, didáctica y pedagógica, en atención a los docentes del área de matemática, con énfasis en el proceso formativo por

competencias, al respecto, se presenta la siguiente información.

Seguidamente en la figura 2, se hace referencia a las categorías axiales de la categoría deductiva pedagogía en relación a las recurrencias evidenciadas en cada uno



de los casos.

Análisis de los diarios de campo desde la categoría deductiva Pedagogía.

Figura 2: Relación categoría deductiva pedagogía - axiales emergentes de los diarios de campo.

Fuente: La autora

Análisis de los diarios de campo desde la categoría deductiva de didáctica.

Con base en lo anterior, es necesario referir que los procesos de enseñanza y aprendizaje, se hace desde la transmisión y adquisición de los contenidos que se presentan en las matemáticas, en este sentido es necesario concebir que se manifiesta el hecho de la presencia de categorías axiales, tales como los recursos

didácticos, evaluación formativa, la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión, entre otros, de igual manera, desde la perspectiva emergente, se conjugan elementos emergentes tales como: trabajo en grupo, evaluación sumativa y limitación de los recursos didácticos.

A continuación se referencia la figura 3, donde se consideran evidencias relacionadas con las categorías axiales y

axiales emergentes, los cuales surgieron de la categoría deductiva didáctica, en correspondencia con sus recurrencias

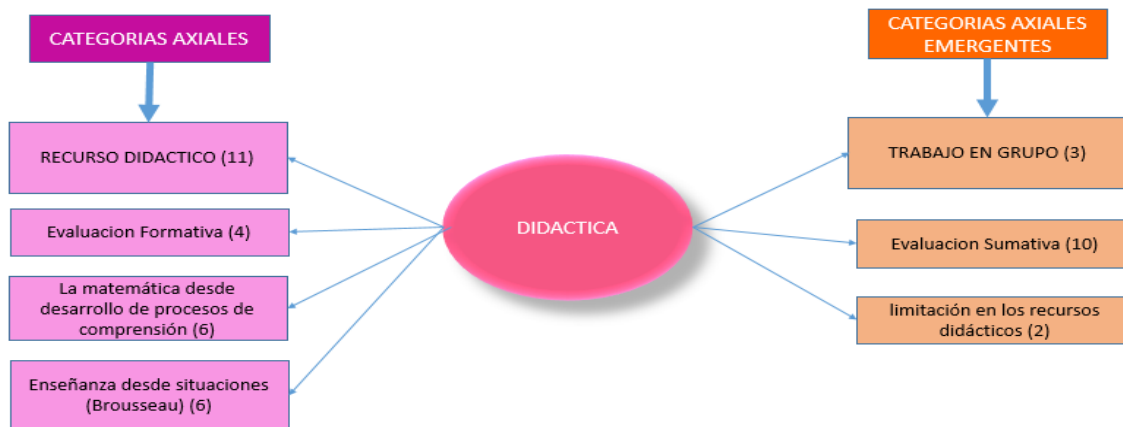


Figura 3. Relación categorías axiales y axiales emergentes – categoría deductiva didáctica de los diarios de campo.

Fuente: La autora

Análisis de la entrevista en profundidad desde la categoría deductiva de epistemología.

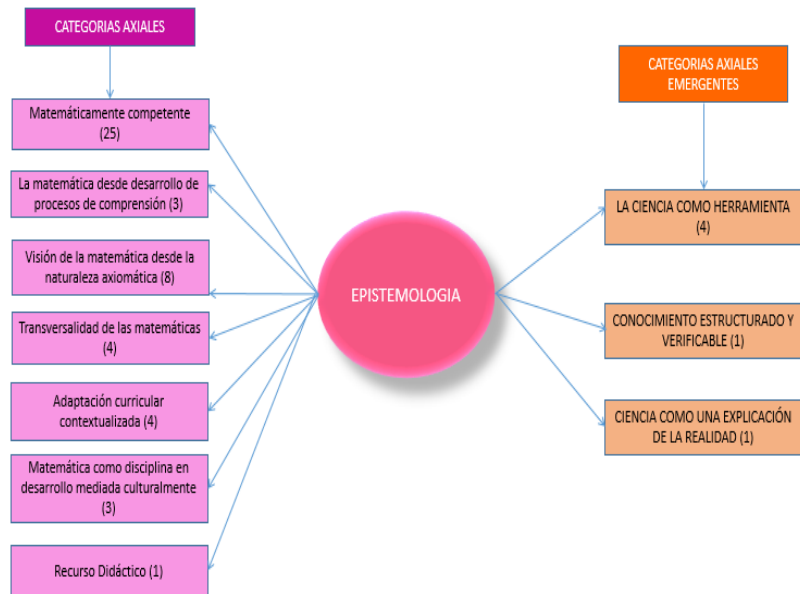
Tal como se logra apreciar, la categoría axial con mayor número de recurrencias es la de recurso didáctico, la cual se presenta durante 11 oportunidades, a esta le sigue: matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión, con una cantidad de recurrencias de seis, en igual número de recurrencias se encuentra la enseñanza desde situaciones, de igual manera, se hace énfasis en la evaluación formativa, con cuatro recurrencias.

Momento 2 - Análisis de las entrevistas en profundidad donde se establecen las concepciones disciplinares, didácticas y pedagógicas de los maestros de matemáticas frente al proceso formativo por competencias.

En este caso, es necesario reconocer que desde la categoría epistemología, surgieron siete categorías axiales, es importante destacar que allí se ubican, matemáticamente competente, visión de la matemática desde la naturaleza axiomática, Matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente, La matemática desde desarrollo de procesos de comprensión, Transversalidad de la Matemáticas, Adaptación Curricular Contextualizada y Recursos Didácticos, de igual manera, es necesario reconocer que se presentan tres categorías axiales emergentes donde destaca la ciencia como herramienta, conocimiento estructurado y verificable y ciencia como una explicación de la realidad

En la figura 4 se detallara la relacion de las categorias axiales y axiales emergentes con base en las recurrencias que se presentan en cada uno de los casos:

Figura 4. Relacion categoria deductiva de epistemologia – recurrencias de axiales y axiales emergentes de la entrevista a docentes
Fuente: La autora



En la figura 4 se puede observar que la categoría axial “matemáticamente competente”, es la que posee mayor número de recurrencias, lo cual, hace énfasis en la concepción epistemológica del docente, por tanto, es pertinente reconocer la relevancia que constituye el desarrollo de las competencias en los estudiantes.

Análisis de la entrevista en profundidad desde la categoría deductiva de pedagogía.

La educación, en sus diferentes niveles, se debe valer de las cualidades que la naturaleza le ha dado al hombre para que desarrolle competencias mayores de las que esta le ha provisto y favorezca, igualmente, la presencia de procesos de pensamiento básicos y de orden superior. Es de admitir que esas condiciones naturales particulares

representan una ventaja para que el hombre se desarrolle a partir de sí mismo y de intervenciones formales y no formales familiares y escolares, siendo probablemente la escuela el lugar que le proporcione mayor seguridad y permisibilidad para desarrollarse. En la presente investigación, en relación con la categoría deductiva, se evidencia en relacion con una serie de categorías axiales y axiales emergentes, las cuales surgen de la aplicación de las entrevistas, para definir las concepciones matemáticas propias del docente partiendo de su experiencia y conocimiento.

En la figura 5 se muestra las categorías axiales y axiales emergentes en relación con la categoría deductiva de pedagogía que surgieron en la entrevista junto a sus recurrencias.

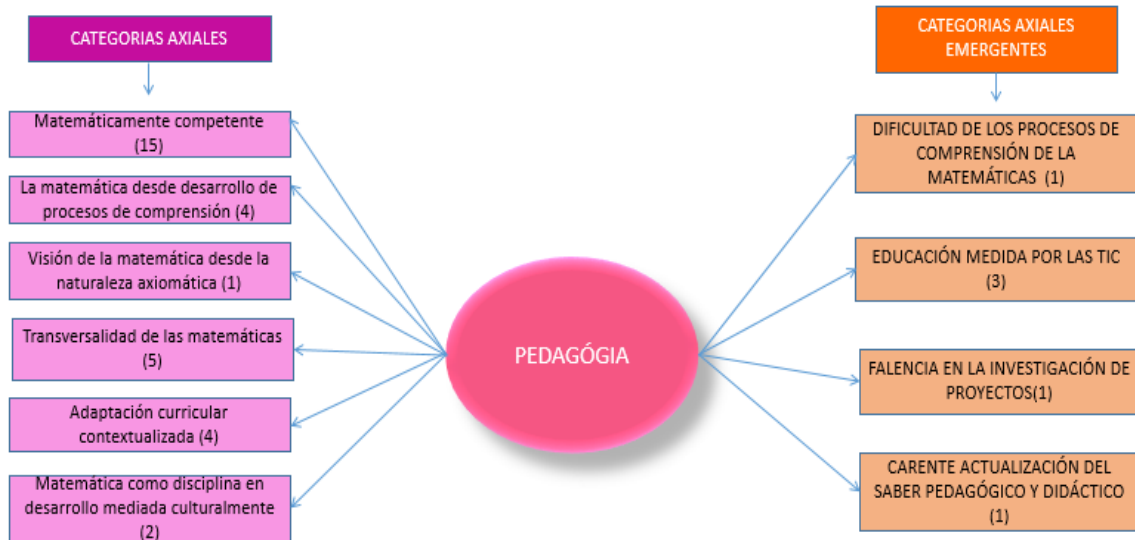


Figura 5: Relación categoría deductiva de pedagogía – recurrencias de axiales y axiales emergentes de la entrevista a docentes.

Fuente: La autora

En atención a lo anterior, es necesario reconocer que se presentan una serie de recurrencias como es el caso de seis categorías axiales, las cuales poseen 31 categorías inductivas, por su parte dentro de las categorías axiales emergentes se presentan seis inductivas.

Análisis de la entrevista en profundidad desde la categoría deductiva de didáctica.

Asumir los cambios dentro de los escenarios dispuestos para la enseñanza de las matemáticas implica comprender que esta posee una didáctica propia y que como tal se debe asumir la experimentación de la mano del cambio, es así como la renovación se constituye en función de la introducción de contenidos nuevos dentro

de los currículos de formación para de esa forma se manifiesten acciones donde tanto el profesor, como el estudiante se sientan motivados hacia la constitución de conocimientos significativos

En las categorías axiales se tiene matemáticamente competente, visión de la matemática desde la naturaleza axiomática, la matemática desde desarrollo de procesos de comprensión, enseñanza desde situaciones (Brousseau), aprendizaje cooperativo, evaluación formativa y recurso didáctico, y desde las axiales emergentes se tiene influencia del contexto en los procesos de enseñanza, enseñanza de las matemáticas mediante la lúdica, evaluación sumativa. A continuación mediante una figura se detallara mejor las categorías axiales y axiales emergentes sacadas desde de las inductivas junto a las recurrencias, para una mejor comprensión

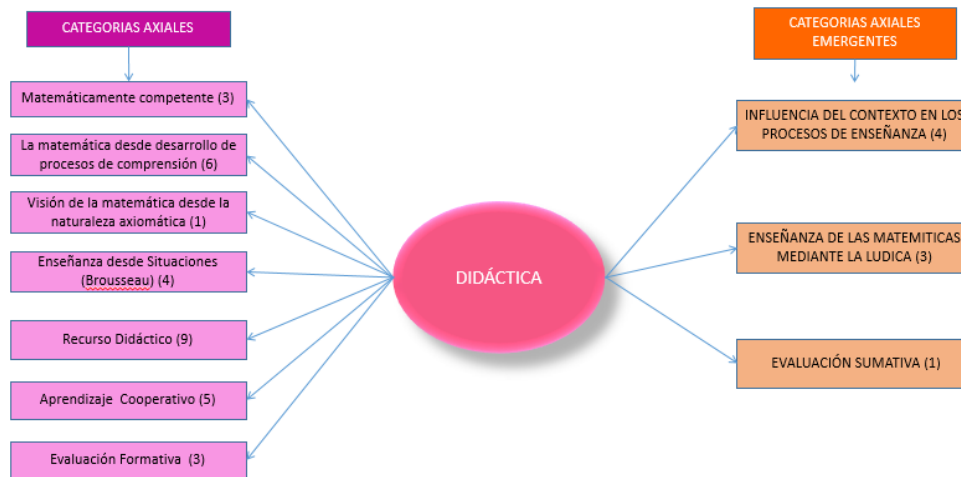


Figura 6: Relación categoría deductiva de didáctica – recurrencias de axiales y axiales emergentes de la entrevista a docentes

Fuente: Las autoras

Conclusiones

La figura 6 muestra las axiales recurso didáctico con nueve (9) recurrencias, seguida de la matemática desde desarrollo de proceso de comprensión con seis (6) recurrencias, aprendizaje cooperativo con cinco (5), enseñanza desde situaciones (Brousseau) con cuatro (4), evaluación formativa con tres (3) al igual que matemáticamente competente y visión de la matemática desde la naturaleza axiomática con una (1) sola recurrencia. En este mismo orden de ideas se tiene las categorías axiales emergente de la categoría deductiva de didáctica donde se encuentra influencia del contexto en los procesos de enseñanza con cuatro recurrencias (4), enseñanza de

la matemática mediante la lúdica con tres recurrencias y evaluación sumativa con una sola recurrencia.

Las conclusiones constituyen el fundamento final del estudio, por ello, en cuanto a las concepciones disciplinares, didácticas y pedagógicas de los maestros de Matemáticas frente al proceso formativo por competencias; se tiene que: es necesario señalar que se presenta dificultad en la adopción de las estrategias para la enseñanza de la matemática, sin embargo en las observaciones se considera pertinente el establecimiento de estrategias donde se le dé una relevancia para la vida a la matemática como es la necesidad de abordar estrategias que contribuyan con el desarrollo de competencias matemáticas, razón por la cual, es necesario indicar que las concepciones de los docentes de matemática apuntan hacia las manifestaciones de un sujeto matemáticamente competente.

En el mismo orden de ideas, al establecer lo inherente al saber en las prácticas pedagógicas de la matemática, se logró

establecer que las mismas se dan de manera superficial, lo cual hace que el rendimiento no sea el adecuado en los estudiantes en el área de matemática. De igual manera cobrar especial importancia la responsabilidad para el logro de acciones orientadas al desarrollo de prácticas pedagógicas adecuadas en la matemática. De igual manera, es necesario indicar que las prácticas pedagógicas en la matemática se desarrolla bajo la matemática desde la perspectiva axiomática, por lo cual se evidencian clases prácticas, donde se promueva el desarrollo de la responsabilidad del estudiantes, desde la perspectiva de las acciones didácticas.

De igual manera, se logró establecer a juicio de los docente que existen complicaciones en la inserción de los objetos en la enseñanza de la matemática, razón por la cual, se demanda la integración de los mismos. Aunado a lo anterior, es necesario sostener que el tratamiento matemático asumido, se refleja un tratamiento mecánico, donde se le deja toda la responsabilidad al docente, sin embargo, se consideran que la responsabilidad debe ser compartida para la comprensión de la matemática. Es necesario referir en cuanto a las estrategias empleadas en las prácticas pedagógicas, se considera que a pesar de que existen diversas estrategias, se da poco uso de las mismas en el aula de clase, sin embargo, en las observaciones realizadas, se logra verificar el empleo de dichas estrategias.

En cuanto a los enfoques de aprendizaje en la enseñanza de la matemática, se logró asumir la presencia del interés de los estudiantes hacia tal fin, así como el uso de los enfoques de manera individualizada, por lo cual, se requiere de la puntualidad en la evaluación a pesar que este es uno de los elementos que no tiene que ver con los enfoques dada la importancia de la

valoración de los aprendizajes, así como la comprensión de los mismos.

En relación con la construcción de conocimientos en las prácticas pedagógicas en la matemática, se considera la adecuada construcción de los mismos, debido al interés del estudiante. Dicha construcción se evidencia en la práctica constante, así como el esfuerzo diario. Se promueve el uso de estrategias, por lo cual se considera necesaria la inserción de la investigación para tal fin. En relación con la importancia del razonamiento en las prácticas pedagógicas de la matemática, se estableció que se le da importancia a la resolución de problemas.

En relación con el desarrollo de habilidades matemáticas, se logró establecer que se desarrollan procesos matemáticos que permiten tales situaciones, se requiere de la práctica y la preparación. En cuanto a la contribución de la matemática en el desarrollo cognitivo, se considera que son capacidades mentales y la valoración de la matemática como parte de la vida diaria, por lo cual se evidencia el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Respecto al rol de la matemática en el desarrollo humano, se estableció que en las prácticas pedagógicas se asumen que inciden en el desarrollo integral del individuo, para promover el uso de la matemática de la vida diaria para el desarrollo cognitivo del ser. Con relación al carácter integrador en la enseñanza de la matemática, se evidencia la contribución de la misma y la necesidad de transversalizar el área, mediante la valoración y promoción de la labor pedagógica, lo cual promoverá el desarrollo del intelecto.

Referencias Bibliográficas

Alpízar, M. (2014). Actitudes del docente de matemáticas de enseñanza secundaria (eso y bachillerato) en la relación docente–estudiante: Un estudio mediante el grupo de discusión, sobre metaconsciencia actitudinal de los docentes de matemática de ESO-Bachillerato en su práctica docente. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona, España.

Arias, J. (2006). Metodología de la Investigación. Ediciones Norma. Colombia.

Becerra, C. (2015). Concepción de las prácticas pedagógicas para el desarrollo de competencias en los estudiantes de la institución educativa Santo Ángel de la Guarda de la ciudad de Cúcuta; una visión desde la perspectiva de sus actores. Maestría en Práctica Pedagógica. Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta, Colombia.

Brousseau, G. (2010). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Editorial Paidós. Argentina.

Chomsky, N. (1985). El Pensamiento Lógico. Ediciones Siglo XXI. Argentina.

Ferrer, J. (2011). *Formación Docente en Matemática*. Editorial Paraninfo. Venezuela.

Flanders, N. (1970). Análisis de la conducta del docente. Massachusetts: Addison-Wesley.

García, A. (2002). *Las Definiciones Tecnológicas de la Educación*. Norma: Colombia.

García, P. (2011). *La Enseñanza Social*. editorial Siglo XXI. Argentina.

Gardner, H. (1998). *Truth, beauty, and goodness reframed: educating for the virtues in the 21st. century*. New York: Basic Books.

Godino J., C. (2010) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Proyecto Edumat-Maestro.

Godino, J, Baranero y Font. (2010). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

España. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.

Godino, J. (2002). Perspectiva ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática. Versión revisada de la conferencia impartida en el XVI Convención Nacional: Encuentro con la Matemática. Bologna- Italia. Noviembre, 2002.

Gómez Chacón, I. M. (2000). *Influencias emocionales en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Narcea Guillen (2011)

Le Boterf, R. (1998). *Metodología y nuevas tecnologías*. Caracas: Venezuela.

Lebrija, A., Flores, R. & Trejos, M. (2010). El papel del maestro, el papel del alumno: un estudio sobre las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de matemáticas en Panamá. Educación matemática, 22(1), 31-55. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262010000100003&lng=es&tlng=es.

Martínez, A. (1990). *Teoría Pedagógica Una Mirada Arqueológica de la Pedagogía*. Recuperado de <http://repository.unad.edu.co/bitstream/10596/4944/1/50004.pdf>

Melgarejo, M. (2015). *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Universidad Autónoma de México.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (2014). *Informe de Rendimiento Académico*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Reporte de excelencia 2016. Establecimiento educativo Presbítero Álvaro Suarez. Bogotá: El Ministerio.

Moreno, C. & García, M. (2009). La epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor. *Investigación y Postgrado*, 24(1), 218-240. Recuperado de:

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872009000100009&lng=es&tlng=es

Mosquera, R. (2002). Evaluación por Competencias. Ediciones Aljibe. España.

Murillo, A. (2014). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación en la solución de situaciones cotidianas con fracciones. Trabajo de Maestría en Educación. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Pérez, Y. & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169-194. Recuperado de:

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142011000200009&lng=es&tlng=es.

Ramírez, C. (2015). La formación por competencias a partir de las practicas pedagógicas desarrolladas por los docentes en el colegio Santos Apóstoles. Maestría en Práctica Pedagógica. Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta, Colombia.

Sánchez, L. (2012). *La Matemática en la Escuela*. Ediciones GRAO: España.

Tobón, S. (2006). *Aspectos Básicos de la Formación por Competencias*. Talca: Proyecto Mesesup. México

Treffer, G. (2008). *Componentes de la Enseñanza de la Matemática*. Ediciones Siglo XXI. Argentina.

Varón, V. & Otalora, Y. (2012). Estrategias de intervención con maestros centradas en la construcción de espacios educativos significativos para el desarrollo de competencias matemáticas. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 30(1), 93-107. Recuperado de:

http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-47242012000100008&lng=en&tlng=es.

Viloria, N. & Godoy, G. (2010). Planificación de estrategias didácticas para el mejoramiento de las competencias matemáticas de sexto grado. *Investigación y Postgrado*, 25(1), 95-116. Recuperado de:

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872010000100006&lng=es&tlng=es.
Zambrano, J. (2013). Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de Educación Básica Primaria en Colombia. *Sociedad y Economía*, 25(1), 205-236.

ESTADO DEL ARTE ALREDEDOR DE LA COMPRENSIÓN CONCEPTUAL DE LA DERIVADA

Dilan Fabián Saraza Sosa

Universidad Francisco de Paula Santander-Colombia

Estudiante de Licenciatura en Matemáticas. Integrante del Semillero de Investigación en Educación Matemática.

Correo electrónico: dilanfabianss@ufps.edu.co

Raúl Prada Núñez

Universidad Francisco de Paula Santander-Colombia

Magister en Educación Matemática

Correo electrónico: raulprada@ufps.edu.co

Resumen

En este estado del arte se clasifican 30 investigaciones realizadas entre el 2000 al 2017 referentes al tema de la *derivada*, tema que se imparte en cursos de Cálculo Diferencial. Se aplicaron diversos criterios de clasificación dentro de los que se destacan: el tipo de enfoque metodológico utilizado, población de estudio y propuesta metodológica. De los principales hallazgos se resalta que se encontró que existe pocas investigaciones que utilizaron un enfoque cualitativo en el momento de realizar su investigación y a su vez más investigaciones que toman un enfoque cuantitativo en la determinación de las dificultades de los estudiantes, existe un predominio de investigaciones que se enfocaron en la construcción del concepto de derivada en los estudiantes, pocas que se enfocan a la práctica y los conocimientos de los profesores. También se determinó deficiencia que poseen los estudiantes en el momento de comprender el tema de la derivada y su relación con la gráfica de una función derivada.

Introducción

En la Educación Matemática siempre se ha presentado una bifurcación entre la enseñanza en la cual se tiene en cuenta en como el docente transmite sus diferentes saberes a sus estudiantes utilizando herramientas didácticas y metodologías que ayuden y faciliten este proceso, y el aprendizaje que es como el estudiante adquiere y se apropia de los diferentes saberes de los cuales se le están orientando. Rodríguez (2014) la matemática desde sus fundamentos siempre ha presentado problemáticas en el aprendizaje y la enseñanza en todas sus diferentes disciplinas.

El cálculo diferencial no se aleja de esta clasificación en la cual presenta problemáticas en su aprendizaje y enseñanza, Esta investigación se centró principalmente a uno de sus temas más conocidos como lo es el de la derivada ya que como lo define Hashemi (2014) La derivada es un tema esencial en los fundamentos de las matemáticas universitarias, esta sirve como conocimiento previos para entender y comprender temas en cursos superiores.

Los estudiantes generalmente presentan dificultades en la comprensión y conceptualización de la derivada, ya sea por dificultades en los conocimientos previos o por el no entendimiento gráfico y algebraico

que esta puede tener, teniendo así una mayor incomprensión en su concepto, grafica de la función y grafica de la función derivada. Se tiende a comprender la derivada como un procedimiento algebraico y algorítmico necesario para hallar la pendiente o la solución del ejercicio planteado sin comprender la esencia de lo que se está realizando como la razón de cambio instantánea o la pendiente de la recta tangente que atraviesa la función. Hashemi (2014), Orhun (2012) y Amaya (2009). Los motivos más frecuentes en las falencias del entendimiento de la derivada de los estudiantes son causados por dos variables a tener en cuenta, el discurso tradicional del docente el cual se basa en la enseñanza de la derivada como un proceso algorítmico o de aplicación de fórmulas de derivación y la descripción que se da en los libros de texto en el concepto sin darle lugar a situaciones en la cuales se evidencien su aplicabilidad. González & Chavez (2016)

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente se realizó dicho estado del arte para evidenciar qué planteamientos, indicadores, estrategias y soluciones que se han planteado los diferentes autores en las dificultades de enseñanza y aprendizaje que presentan en el tema de la derivada.

Materiales y Métodos

Para el desarrollo del respectivo estado del arte se realizó una investigación descriptiva a nivel documental entorno a la dificultades de comprensión y conceptualización que tienen los docentes (enseñanza) y estudiantes (aprendizaje) en el tema de la derivada, por ello se desarrolló la búsqueda de artículos de investigación referente a este tema en un periodo de tiempo del 2000 al 2017, recurriendo a recursos digitales con el fin de encontrar antecedentes que sustentaran estas problemáticas. Se

utilizaron bases de datos como en Google Académico, ScienceDirect, Microsoft Academic, Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal (redalyc), Revista Colombiana de Matemática Educativa.

Resultados

Las 30 investigaciones encontradas en el presente estado del arte tienen como objetivo indagar sobre la comprensión del concepto de la derivada las cuales tenían diferentes enfoque o métodos utilizados los cuales se utilizaron para clasificarlas:

1. Clasificación por el método utilizado.



Grafica 1. Clasificación por método investigativo
Fuente: Autor

Tomando como criterio el método investigativo utilizado se pueden realizar una clasificación de las 30 investigaciones en tres grupos: enfoque cuantitativo, enfoque cualitativo y enfoque mixto. Se puede evidenciar que existe predominio en investigaciones cuantitativas en comparación a las otras dos clasificaciones, en estas se enfocaron más en determinar el nivel de comprensión de la derivada, en comparación a los cualitativos en los cuales se pregunto acerca de las concepciones de la derivada y temas relacionados con su comprensión, mientras que las

investigaciones mixtas que se utilizaron cuestionarios y entrevistas.

En el enfoque cuantitativo se realizó más a nivel experimental aplicando test, cuestionarios y pruebas en la cuales se describían el nivel de comprensión que tenían los estudiantes a los cuales se les aplicaba dicho instrumento. En algunas de estas investigaciones se comparaban el nivel de comprensión de los estudiantes alrededor del concepto de la derivada, la función, la función derivada y la gráfica, con una prueba diagnóstica y una prueba final que se realizaba después de recibir una metodología de enseñanza la cual era creada para facilitar la comprensión de los temas mencionados.

Artículos de investigación de tipo cuantitativo como el de Carabús (2009) en el cual aplicó instrumento de 11 ítems para evaluar los aprendizajes alrededor del concepto de la derivada de 100 estudiantes de ciencias y tecnologías aplicadas, clasificando el nivel de comprensión objetivo en cuatro niveles intuitivo (operatorio), declarativo (comunicativo), argumentativo (validativo) y estructural (institucionalizado), sus principales resultados fueron que los estudiantes tiene una mayor facilidad para la resolución formal, operatoria y algorítmica de los problemas de la derivada.

Pero contrariamente el estudiante presenta dificultades cuando se le pregunta la fundamentación teoría y práctica de lo que se hizo para encontrar responder las preguntas realizadas. Aspecto similar a lo realizado por Orhun (2012) en una escuela de secundaria aplicando 5 pruebas diagnóstico a 100 estudiantes acerca de la función de la original y la función derivada, concluyendo que se presenta una fortaleza en el nivel operatorio de los estudiantes al evaluarse en temas de la derivada y solo

dificultades cuando se les pide la relación existe que entre estas dos funciones. En las investigaciones de tipo cuantitativo muy pocas quedaron en el nivel descriptivo pues todas realizaba aplicación de una prueba.

En las investigaciones de tipo cualitativo recurrieron a la entrevista para determinar las concepciones que presentaban los estudiantes o profesores acerca de la derivada, en investigaciones realizadas a estudiantes resaltamos las Hashemi (2014) aplicando la entrevista de 4 preguntas abiertas como herramienta investigativa para identificar las falencias conceptuales que presentaban 63 estudiantes de la universidad islámica de Azad de Shiraz entorno a la derivada, encontró que los estudiantes poseen dudas al responder preguntas relacionadas con el concepto de la derivación y una mayor debilidad al realizar comparaciones con las respectivas gráficas.

Córdoba & Ruiz (2015) realizaron una investigación de tipo cualitativo en el cual realizaron una observación al proceso de la comprensión de la derivada de una función a través de los límites y el entendimiento geométrico de la derivada como pendiente de la recta tangente a estudiantes de grado 11 utilizando como herramienta digital el programa de GeoGebra, sus conclusiones fueron que las herramientas tecnológicas ayudan a facilitar la comprensión geométrica de la derivada.

Jiménez, Azcárate & Font (2011) analizaron el nivel de comprensión de 5 profesores de secundaria de instituciones educativas del departamento de Atlántico Colombia, a través de los esquemas de comprensión de Piaget (intra, inter y trans). Su conclusión principal fueron que entres los profesores existe pluralidad en el nivel de comprensión que tienen referente a la derivada de una

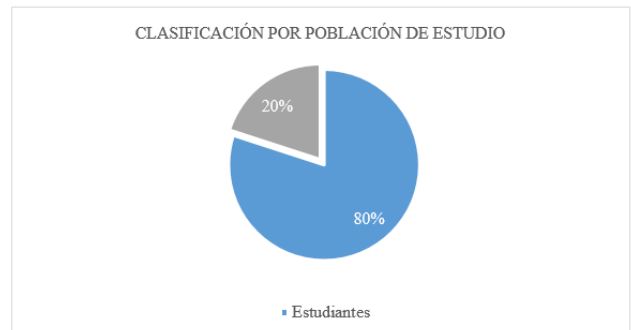
función $f'(x)$ y la función derivada de una constante $f'(a)$.

El enfoque mixto fue utilizado por muy pocas investigaciones de las cuales se puede resaltar las de Matamoros, García & Llinares (2013) en la cual se aplicaron 3 cuestionarios y una entrevista a 50 estudiantes que cursaban primer grado de bachillerato a los que se les aplicó un instrumento para determinar el nivel de comprensión la derivada de una función en un punto $f'(a)$. 50 estudiantes que cursaban segundo grado de bachillerato a los cuales se les aplicó un instrumento relacionado con la segunda derivada (f'') y 50 estudiantes de primer curso de licenciatura en matemáticas pero a un nivel más avanzado en temas relacionados con la derivada.

El objetivo de esta investigación fue caracterizar el nivel de comprensión teniendo en cuenta el esquema de desarrollo de Piaget (intra, inter y trans) y así caracterizar el desarrollo que poseen los estudiantes cuando se les enseña el concepto de la derivada en estos niveles educativos.

Los principales resultados muestran que los estudiantes crean relaciones lógicas entre los elementos matemáticos pero poseen dificultades en el momento de la resolución de problemas, también se describe que en cada uno de estos niveles educativos los estudiantes moldean, relacionan y asimilan de una forma más estructurada el concepto de la derivada.

2. Clasificación por tipo de población.



Grafica 2. Clasificación por población de estudio
Fuente: Autor

Según la población de estudio se puede hacer una respectiva clasificación entre docentes y estudiantes, en la mayor parte de investigaciones se optó por estudiar las dificultades conceptuales que presentan los estudiantes cuando se les orienta en el tema de la derivada, En cambio algunas investigaciones que se realizaron a profesores se optó por estudiar la comprensión que poseían estos en este tema y la didácticas utilizadas.

Los artículos de investigación que tomaban como población a los profesores generalmente se les realizaban una entrevista o cuestionarios con preguntas abiertas. García, Azcarate & Moreno (2006) estudiaron las creencias y concepciones de 6 profesores que ejercían en programas de ciencias económicas, determinando que estos teniendo una metodología de enseñanza tradicional se enfocaban más a la enseñanza de lo matemático enfocado a la resolución algorítmica de problemas sin relacionar la interpretación de la derivada a lo económico.

En cambio Pino, Godino & Font (2015) realizó un estudio con una población diferente, analizando la comprensión

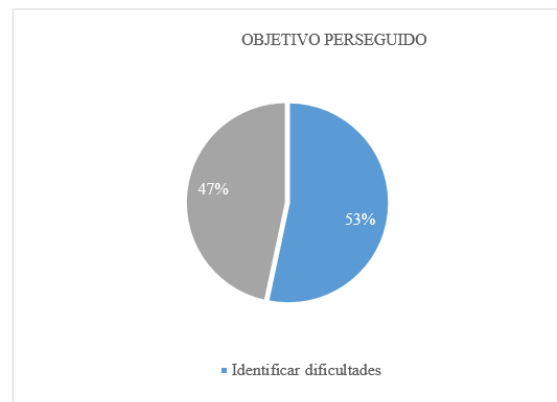
didáctico-matemático que poseían 53 estudiantes de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática que había ejercido en estudiantes de bachillerato, en el cual se concluye que estos poseen dificultades en la resolución de problemas relacionados con la definición formal de la derivada pero tienen una mejor comprensión cuando la relacionan como la pendiente de la recta tangente de la función.

En cuanto a la comprensión que poseían los estudiantes en temas de la derivación Vega, Carrillo & Soto (2014) realizaron su enfoque investigativo hacia el rendimiento que poseen los estudiantes cuando entran a estudios superiores de Cálculo, indagándose acerca de la construcción y el nivel de aprendizaje que poseían estos a partir de un modelo cognitivo APOS de Ed Dubinsky, creando un entorno de enseñanza por módulos de clases y talleres utilizando como herramienta digital los computadores, en los resultados los estudiantes presentaban dificultades cuando se les preguntaba acerca de la derivada en un punto y respectiva comprensión geométrica que posee la derivada, para asimilar estas conceptualizaciones se generaba un aprendizaje construyendo una mayor relación del concepto de la derivada y temas relacionados.

Otros artículos con unos resultados similares como el de Ariza (2009) utilizó como población de estudio a estudiantes tanto en bachillerato como en universidad indicando que en sus conclusiones que los alumnos poseen facilidad en el momento del proceso algebraico de la derivación pero presenta mayor dificultad en la comprensión de la derivada cuando se relaciona con la gráfica. Matamoros, García & Llinares, (2013) mencionado anteriormente también realizó su investigación con estudiantes de bachillerato y universidad, con otra

metodología de caracterización y resultados diferentes.

3. Clasificación según el objetivo perseguido



Grafica 3. Clasificación por objetivo perseguido
Fuente: Autor

Los artículos en el presente estado del arte presentan otra clasificación, cuando tiene su enfoque a solo determinar las dificultades, concepciones y falencias que presentan los estudiantes y profesores en el tema del Cálculo Diferencial a través de un instrumento evaluativos de tipo objetivo y cuando se realiza una secuencia didáctica para facilitar la comprensión de este tema.

En la gráfica 3 se evidencia que existió predominio en artículos enfocados a solo a caracterizar el nivel de comprensión del estudiante sobre la utilización de una propuesta didáctica para la intervención pedagógica. Rodríguez (2014) caracterizó el nivel de comprensión que poseían 40 estudiantes de Licenciatura en Matemáticas en el tema de la *derivada* relacionándolos a su parte geometría a partir de los niveles de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele, mostrando así que los estudiantes presentan dificultades en el momento de hacer dicha relación. Similar a lo realizado

por investigaciones ya mencionadas, contrario lo realizado por Cervantes, Camarena & Pinet (2008) quienes ejecutaron una propuesta para el aprendizaje de la derivada a través de didácticas con relación a la Matemática en contextos, eliminando el enfoque tradicional en el cual se enseñan conocimientos de forma abstracta y utilizando el un enfoque por modelación en situaciones donde la derivación entra en contexto.

Gutiérrez, Buitrago & Ariza (2017) caracterizaron las falencias que poseen los estudiantes de ingeniería de la Universidad Militar Nueva Granada en la derivada de una función real, en los resultados identifica falencias en procedimientos algebraicas, aritméticas y la interpretación de límites a partir de esto propone un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza la derivada y sus conocimientos previos.

Conclusiones

Con respecto al método de investigación utilizado en la investigaciones existe predominio de enfoques cuantitativas, con el fin de determinar objetivamente el nivel de comprensión de los estudiantes entorno a la derivada, pero en estas no se le realizan preguntas a los estudiantes para determinar en qué parte en la que siempre presentan más dificultades por lo tanto se requiere realizar más investigaciones de tipo cualitativo que determinen el nivel de comprensión que poseen de los estudiantes en este tema.

Respecto a la población estudiada existe superioridad de investigaciones realizadas a los estudiantes que a profesores que imparten los cursos del cálculo diferencial. Por lo tanto se recomienda estudiar también a estos para así evaluar sus conocimientos teórico-prácticos que estos poseen, Y del

mismo modo evaluar el tipo de metodología que estos utilizan en el momento de realizar su práctica docente.

En la clasificación por la propuesta metodológica podemos concluir que existen investigaciones que proponen didácticas para la comprensión de la derivada saliéndose de lo formal y llevándolo a contextos o situaciones modelo que faciliten su comprensión.

También en algunas investigaciones se resaltan las falencias que poseen los estudiantes con la interpretación gráfica de la función y función derivada, también en la interpretación geometría de la pendiente de la recta tangente, lo cual sugiere realizar investigaciones para abordar esta problemática.

Referencias Bibliográficas

- E.G Rodríguez. El concepto de derivada y el modelo Van Hiele en estudiantes de licenciatura en matemáticas e informática de la Universidad Francisco de Paula Santander. *Eco.Mat.* 2015;6(1): 43-49
- Hashemi, N., Abu, M. S., Kashefi, H., & Rahimi, K. (2014). Undergraduate students' difficulties in conceptual understanding of derivation. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 143, 358-366.
- Orhun, N. (2012). Graphical understanding in Mathematics education: Derivative functions and students' difficulties. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 55, 679-684.
- Amaya, C. S., Rojas, H. D., & Ballen, M. B. (2009). Descripción de niveles de comprensión del concepto derivada. *TED: Tecné, Episteme y Didaxis*, (26).
- González, J. L., Chávez, O. R., Ochoa, E. J. L., López, J. V. B., & Álvarez, M. C. S. (2016). Comprensión del concepto de la

derivada como razón de cambio. *CULCyT*, (51).

Carabús, O. (2009). El Aprendizaje del Cálculo en la Universidad. La Conceptualización de la Derivada de una Función y sus Niveles de Comprensión. *Colección Digital Eudoxus*, (11).

Córdoba, Y., Ruiz, K. Y., y Rendón, C. E. (2015). La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. *RECME*, 1(1), 125-130

Badillo Jiménez, E. R., Azcárate, C., & Font, V. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos $f'(a)$ y $f'(x)$ en profesores de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(2), 0191-206.

Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2013). Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de una función. *Boletim de Educação Matemática*, 27(45).

García, L., Azcárate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 85-116.

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2015). Una Propuesta para el Análisis de las Prácticas Matemáticas de Futuros Profesores sobre Derivadas/A Proposal for the Analysis of Prospective Teachers' Mathematical Practices on Derivatives. *Bolema*, 29(51), 60

Vega Urquieta, M. A., Carrillo Yañez, J., y Soto Andrade, J. (2014). Análisis según el Modelo Cognitivo APOS del Aprendizaje Construido del Concepto de la Derivada. *Boletim de Educação Matemática*, 28 (48), 403-429.

Ariza, Á. (2009). Sobre la aplicación y uso del concepto de derivada en el estudio de conceptos económicos en estudiantes de bachillerato y universidad. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(1), 121-136.

Cervantes, M., Camarena, P., y Pinet, R. (2008). La derivada con la matemática en contexto y el enfoque hacia la modelación. *Científica*, 12 (4), pp. 167-173.

Gutiérrez, L., Buitrago, M. A., y Ariza, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdoba*, 15 (20), pp. 137-153.

INDICADORES DESCRIPTIVOS DE LA CALIDAD DE VIDA EN COMUNIDADES VICTIMAS DEL CONFLICTO ARMADO

Eduardo Gabriel Osorio Sánchez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Abogado. Doctor en Derecho público, Magister en Derecho Público, Especialista en Derecho Administrativo

Correo electrónico: eduardogabrielos@ufps.edu.co

Rutsara Ayala Santos

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Auxiliar de investigación, Grupo de Investigación Target

Correo electrónico: rutysay@hotmail.com

Erika Tatiana Ayala García

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Arquitecta, Magister en Teoría e historia de la arquitectura, Magister en Estudios Territoriales y de la Población

Correo electrónico: erikatatianaayala@ufps.edu.co

Resumen

El artículo presenta los indicadores descriptivos de la calidad de vida del Barrio Buena Vista II de la ciudad de Cúcuta en el marco del posconflicto en función de las características sociodemográficas de sus residentes: género, edad, tiempo de residencia, acceso a la educación, acceso a programas de vivienda, empleo y utilización del tiempo libre, por medio de la implementación de una metodología cuantitativa en el marco del desarrollo del programa de extensión “Compromiso para el desarrollo humano y social para la paz” propio de la Facultad de Educación, Artes y Humanidades de la Universidad Francisco de Paula Santander”. Se destaca como hallazgo principal que el desplazamiento se presenta como uno de los principales factores por medio del cual las familias residentes de este barrio han visto disminuido su calidad de vida y la de su entorno familiar.

Palabras clave: Indicadores, calidad de vida, posconflicto, medio urbano, desplazamiento

Introducción

El concepto de calidad de vida empezó a utilizarse principalmente en los años setenta como un índice que partía de criterios economicistas y de cantidad en los informes sociales o estudios de nivel de vida. Pero luego, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico estableció que el crecimiento económico no es una finalidad,

sino un instrumento para crear mejores condiciones de vida, por lo que se empezó a crear énfasis en los aspectos de calidad más que de cantidad. Desde entonces se ha trabajado en el concepto de calidad de vida, el cual, según la mayoría de investigadores que han trabajado en él, es de definición imprecisa, pues no existe una teoría única que defina y explique el fenómeno (Rueda, 1993).

La calidad de vida es un constructo social, es fruto de los procesos sociales y adquiere significados diferentes con la transición de un tipo de sociedad a otra. En un primer momento se concibió como la satisfacción de las necesidades básicas, luego estas se verían acompañadas de externalidades sociales y psico-sociales, y posteriormente con el desarrollo económico aparecieron externalidades de carácter ambiental. De esta manera, con el paso del tiempo, se han ido reconociendo e incorporando variables que influyen en la calidad de vida y evidencian la interdependencia de las diversas dimensiones de la vida humana (Alguacil, 2000).

Varios autores han aportado diferentes definiciones de calidad de vida desde sus perspectivas. Se pueden ubicar dos corrientes de autores: el primer grupo de autores aporta una visión cuantificable, medible, objetiva. Se basan en el ambiente externo de las personas donde debe haber a su disposición una gama de bienes y servicios para la satisfacción de sus necesidades materiales e inmateriales. En el segundo grupo se aporta una visión cualitativa, no mensurable y subjetiva. Se basan en el ambiente interno de las personas, donde se observan aspectos perceptivos de contento o descontento ante diferentes dimensiones de la vida y ante los bienes y servicios (Leva, 2005).

Además de estos dos grupos, se han realizado diferentes estudios sobre calidad de vida donde este término es abordado desde diferentes nociones como subjetividad, pobreza, bienes, satisfacción, entre otros. O en otros casos, el término se ve alterado por cuestiones etimológicas debido al carácter temporal y multidimensional. Por esta razón Leva (2005) recopila algunas definiciones sobre

calidad de vida que permiten ilustrar la variedad de enfoques que pueden encontrarse en la bibliografía disponible sobre el tema.

Oriana Beltramin (citado por Leva, 2015) da una definición general, en la que se puede abarcar diferentes dimensiones del individuo y ser consciente de su complejidad, define calidad de vida como: “el grado en que una sociedad posibilita la satisfacción de las necesidades de los miembros que la componen, las cuales son múltiples y complejas”.

Hay posturas más específicas, como la de Gerardo Luengo (citado por Leva, 2015) que, desde una perspectiva urbana y con enfoque en las necesidades ambientales del individuo establece que la calidad de vida está determinada por las condiciones óptimas que rigen el comportamiento del espacio habitable en términos de confort asociados a lo ecológico, biológico, económico productivo, socio-cultural, tipológico, tecnológico y estético en sus dimensiones espaciales. De esta manera, la calidad ambiental urbana es por extensión, producto de la interacción de estas variables para la conformación de un hábitat saludable, confortable, capaz de satisfacer los requerimientos básicos de sustentabilidad de la vida humana individual y en interacción social dentro del medio urbano. (p.16).

Alberto Pérez Maldonado (citado por Leva, 2015) no plantea un enfoque único en la calidad de vida urbana, sino que también empieza a tratar la calidad de vida del individuo y su percepción sobre esta. No solo toca la dimensión ambiental que compete al espacio urbano, sino que llega a abarcar los espacios en el que el individuo habita, como la vivienda, que precisa del abastecimiento de servicios para ser habitable.

De esta manera se logra abarcar las necesidades de dimensión ambiental, las necesidades de bienestar y la subjetividad del individuo, al entender la calidad de vida como: Unas condiciones óptimas que se conjugan y determinan sensaciones de confort en lo biológico y psicosocial dentro del espacio donde el hombre habita y actúa, las mismas en el ámbito de la ciudad están íntimamente vinculadas a un determinado grado de satisfacción de unos servicios y a la percepción del espacio habitable como sano, seguro y grato visualmente. (p.17).

Método

Dentro de esta investigación se utilizó una metodología mixta, la presente comunicación se centra en el componente cuantitativo de la misma, para la cual se utilizó la encuesta; como instrumento que “proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas” (Sampieri, Fernandez, & Baptista, 2006), permitiendo la recolección de datos y su análisis, que posteriormente serán confrontados con la información documental.

El trabajo de campo fue realizado en el barrio buena vista II de Villa del Rosario, al tratarse de un asentamiento de la ciudad destinado principalmente a población víctima del conflicto armado. La recolección de información se realizó mediante el marco del trabajo de extensión social de “Compromiso para el desarrollo humano y social para la paz” integrado por los programas de Arquitectura, Trabajo Social, Derecho y Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación, Artes y Humanidades de la Universidad Francisco de Paula Santander, el cual fue realizado entre los meses de marzo y junio de 2017 bajo el liderazgo del

doctor Jesús Ernesto Urbina Cárdenas decano de la misma.

La encuesta fue desarrollada y adaptada por los programas de Trabajo Social y Arquitectura, siendo la misma posteriormente validada por el programa de Licenciatura en Matemáticas. El instrumento fue aplicado durante dos visitas en el área de estudio los días 22 de abril y 5 de junio del año 2017 por un equipo conformado por 28 estudiantes. El Barrio Buena Vista II tiene capacidad para albergar 336 hogares, pero cuenta con 285 familias de las cuales se tomó una muestra de 128 para aplicar la ficha de caracterización.

En ella se pudo obtener información sobre 181 niños, 117 jóvenes y 224 adultos. En las vistas al barrio se conformó un grupo por cada calle para abarcar las siete manzanas, a cada uno de los integrantes le correspondió visitar cinco viviendas donde aplicaría el instrumento a alguno de los adultos encargados del hogar. Cada grupo fue coordinado por un líder que se encargó de llevar un control y registro de las viviendas visitadas.

Luego de haber realizado las encuestas y haber obtenido la información, se procedió a organizarla transcribiendo los datos a un formato de tabla de Excel. La información se organizó por categorías y apartados, los datos obtenidos se manejaron por medio de códigos que permitieron el procesamiento de la información a través de un análisis simple de Excel. En base a los resultados se procedió a realizar el análisis cualitativo y demográfico de la población del barrio Buena Vista II.

Resultados

El fin del conflicto no significa necesariamente la solución de los problemas que tienen que ver con este. El conflicto deja un remanente en sus víctimas, pues para ellos su vida ha cambiado y ahora se ven obligados enfrentarse a un entorno desconocido donde deben buscar la manera de desarrollar una nueva vida. La ciudad del posconflicto es un territorio que recibe población que busca escapar de la violencia a la que fueron sometidos, es un escenario que promete paz y busca dar solución a los problemas derivados del conflicto que afectan a sus habitantes.

El conflicto armado ha dejado innumerables consecuencias sobre sus víctimas, las cuales tienen en común una serie de necesidades que se generan a raíz del desplazamiento. Este patrón se ha observado en los grupos afectados que han sido estudiados en distintos territorios del país. Esta información ofrece una base como punto de partida para el estudio de un grupo social en específico, pues a pesar de que esos patrones apliquen en gran medida en la población a estudiar, puede haber variaciones en sus necesidades y presentarse otras particularidades propias del caso de estudio.

El Barrio buena vista II del municipio de Villa del Rosario, es un asentamiento en el que habitan principalmente familias desplazadas por la violencia, ellas han sido beneficiadas por el gobierno a través de este proyecto de vivienda. El acercamiento a este grupo social permite observar el nivel de vida que llevan en la ciudad las familias afectadas por el conflicto armado, identificar sus necesidades de calidad de vida y como han buscado adaptarse al nuevo entorno.

Con respecto al género se logró identificar que la jefatura del hogar en un 81% está representado por el género femenino, que

en su mayoría son amas de casa, mientras que los hogares con jefatura masculina solo representan un 19%. Esta situación crea una mayor vulnerabilidad a problemas económicos en el hogar, pues el hecho de que exista una jefatura única hace que haya una mayor cantidad de menores por persona a cargo, lo cual incrementa la dependencia económica dentro del hogar.

La mayoría de las personas que habitan en el barrio son de mediana edad, lo cual quiere decir que la población pertenece a un rango de edad productiva. Dentro de este grupo se encuentran personas entre 18 a 25 representados por el 13%, para ellos aún existe un grado de dependencia económica pues parte de este grupo se dedica a estudios, el grupo de 26 a 35 años representados por el 35%, es el grupo de edades más recurrentes, personas entre 36 a 45 años representan el 21% y las de 46 a 55 años el 19%. Mientras que las personas de edad avanzada (mayores de 56 años) para los cuales se les dificulta vincularse a alguna actividad productiva representan el 13%.

Dentro de las problemáticas encontradas con respecto a la calidad de vida, se destaca el desplazamiento, teniendo en cuenta que el mismo implica la pérdida de espacios significativos, de elementos simbólicos, la pérdida de un entorno que representa la cultura de la que hace parte, al dejar el lugar de origen también se dejan los espacios para la manifestación de la identidad, y en el lugar receptor se ven presionados a cambiar costumbres y pensamientos para poder adaptarse, y porque no existen espacios que les permita expresar su propia identidad. Dentro de esta comunidad los lugares de nacimiento más representativos son la ciudad de Cúcuta con el 16%, Villa del Rosario con 12%, Cesar con un 10%,

Abrego y Bucaramanga con un 5% cada una.

La población sometida a estudio afirma pertenecer a Programas de gobierno, destacándose, el 19% que pertenece a Red Unidos, el 17% a Familias en Acción y el 38% pertenecen a ambos programas. Mientras que el 22% no pertenece a ninguno. A pesar de que una gran parte han sido desplazados o víctimas del conflicto armado, solo el 1% pertenece a la Unidad de Víctimas, también un grupo de la población ha llegado al barrio a causa de desastres naturales, sin embargo, solo el 1% pertenece al programa de desastres naturales y de las personas de edad avanzada solo el 1% pertenece al programa de la tercera edad.

Sin embargo, a pesar de que el 77% de las familias pertenezcan a algún programa del gobierno, el 60% afirma que no recibe ningún tipo de ayuda, un 55% pertenece a Familias en Acción, pero solo el 23% recibe beneficios, un 57% pertenece a Red Unidos, pero solo el 3% recibe beneficios de este y el 11% recibe beneficios de otros programas.

Se resalta que como motivo de llegada al barrio se resalta que con un mayor porcentaje obedece al desplazamiento. La mayoría de familias afirmaron que el desplazamiento fue la razón por la cual llegaron al barrio, donde el 5% fue a causa de la crisis venezolana, el 7% a causa de desastres naturales, y una parte significativa representada por el 66% fue desplazado a raíz del conflicto armado. Resaltando que esta condición se presentó desde hace 5 años, el 8% entre hace 2 a 5 años y el 2% entre hace 1 a 2 años.

Además de que una gran parte de la población asegura que algún miembro de su

familia ha sido víctima del conflicto armado, este grupo representa el 61% de la población que habita en el sector. Siendo esto muestra de que los habitantes de este sector han sido afectados por un alto nivel de violencia.

De la misma manera, teniendo en cuenta que un factor que permite evaluar las condiciones de vida de un hogar es el espacio suficiente de la vivienda respecto al número de personas que habitan en ella, se encontró que las viviendas del Barrio Buena Vista II están constituidas por sala comedor, cocina, baño, dos habitaciones y patio de ropas, con base en esto, se puede considerar que la familia se encuentra en hacinamiento si hay más de tres personas por cuarto.

Se ha encontrado que la mayoría de los hogares tienen espacio suficiente de acuerdo a la cantidad de individuos, pues la mayoría de los hogares representados por el 80% tienen 5 o menos personas en la vivienda, el 13% con 6 personas en la vivienda se encuentran en el límite para ser considerados en hacinamiento, y hogares con 7 o más personas representan el 7% los cuales se encuentran en situación de hacinamiento crítico.

Así mismo, se debe tener en cuenta que la cantidad de niños que habitan en un hogar respecto a la cantidad de personas en edades adultas capacitadas para trabajar puede mostrar el nivel de dependencia económica en un hogar, cuando hay más de dos menores por adulto que aporte al sustento familiar se puede decir que la dependencia es alta. Con respecto a la cantidad de niños que habitan en los diferentes hogares del barrio Buena Vista II, se encuentra que por hogar habitan de a 1 niño en el 26%, de a 2 niños en un 30%, de a 3 niños en un 18%, de a 4 niños en un 5%,

de a 5 niños en un 1%, de a 6 niños en un 1% y el 19% restante son hogares sin niños.

En cuanto a la cantidad de adultos por vivienda se encontró que sólo en el 13% habita de a 1 adulto en el hogar, en su mayoría habitan de a 2 adultos, lo cuales son el 47% de los hogares, en el 21% habitan de a 3 adultos, en el 12% de a 4, en el 5% de a 5 y en el 1% de a 6 adultos por vivienda. Sin embargo, hay que tener en cuenta que dentro del grupo de adultos hay cierta cantidad que son desempleados, entre los cuales una parte son adultos mayores que ya no se encuentran en capacidad de laborar y por tanto también entran como individuos dependientes.

La mayoría de viviendas están habitadas por una sola familia, estos corresponden al 88%, mientras que en un 10% habitan de a dos familias y el 2% restante afirmaron no vivir en familia sino ser un grupo de amigos.

Al indagar sobre los empleos en la población encuestada se ha encontrado que el 19% se encuentra en condición de desempleo, el 34% son amas de casa, sólo el 1% realiza una actividad relacionada al campo, y oficios varios como costurero, mesero, celador, peluquería, zapatería, ventas y otros, son los empleos con los que se sostienen estos hogares, cada uno de estos empleos corresponden al 1%. De las personas a las que se les preguntó sobre el tipo de empleo que ejercen se encontró que para el 38% representa un empleo permanente, mientras que para el 30% es ocasional, el 15% afirmó no tener empleo y el 16% no respondió.

La situación económica de un hogar es un factor importante pues determina la capacidad que este tiene para acceder a bienes y servicios que satisfagan sus necesidades básicas. Respecto a los ingresos familiares se encontró que solo el

27,4% afirmaron que este era igual o mayor al salario mínimo legal vigente de 2017, el cual corresponde a \$737.717 pesos. El 7% no responde, el 13,2% afirmó no tener un ingreso mensual y el 52,4% restante afirmó tener ingresos mensuales menores al salario mínimo que pueden llegar a ser solo de \$100.000 pesos mensuales.

A diferencia de muchos de los lugares de origen, la ciudad ofrece una gran cantidad de oportunidades para vincularse a la educación, la existencia de diferentes escuelas y el adaptarse a la ciudad resaltan la importancia de vincular a los menores a actividades educativas. Para el caso de los menores de 15 años la situación es favorable, pues la mayoría está recibiendo educación lo cuales corresponden al 85,9% de la población infantil, el 3,3% no recibe educación pues aún no tienen edad suficiente para entrar a estudiar, y solo el 2,2% ha dejado la primaria incompleta.

En el caso de los jóvenes, el panorama no es tan favorecedor para una parte importante. El 1,7% no tiene ningún nivel educativo, el 2,5% llegó a cursar parte de la primaria, el 2,5% está cursando la primaria, pero respecto a su edad esto evidencia un atraso del nivel educativo, el 5,1% llegó a completar la primaria y el 20,5% solo llegó a cursar parte del bachillerato, siendo así un 32,3% la población que no presenta un nivel educativo acorde a su edad mientras que el 26,4% está recibiendo educación. Por otra parte, el 38,3% ya ha completado el bachillerato, donde el 21,2% está vinculado a algún programa de educación superior mientras que el 17,1% se han quedado como bachilleres.

Sobre el nivel educativo de la población adulta se han encontrado niveles muy bajos que dificultan su capacidad para encontrar empleo y generar ingresos. el 50,45% no

logra superar el nivel de educación primaria, el 15,6% dejó incompleto su bachillerato, solo el 19,1% son bachilleres, mientras que solo el 8,4% ha recibido educación superior, ya sea como técnico, tecnólogo o universitario.

Cuando una población es desplazada se ve obligada a romper con lazos sociales y familiares. La pérdida de los lugares de reunión y los espacios para desarrollar actividades que les permitían relacionarse significan la pérdida del entorno social al que estaban acostumbrados. El llegar a un lugar con costumbres diferentes y sin espacios para integración entorpece la vinculación o creación de un nuevo entorno social.

La manera en que es usado el tiempo libre también es determinada por el tipo de actividades que permite realizar el sector en el que se habita. Se pudo evidenciar que la mayoría de las personas representadas por el 37% usan su tiempo libre para ver televisión, el 9% para trabajar, el 8% para realizar lectura, otro 8% para ayudar con tareas, un 6% tareas del hogar y otras actividades como deportes, asistir a la iglesia, cantar o aprender algo nuevo, solo corresponden al 1 %.

De acuerdo a lo anterior se puede observar que es poca la población que realiza actividades deportivas, culturales, o en las que puedan aprender un arte o una técnica, también es muy poca la población que realiza actividades de esparcimiento fuera de sus casas. La ausencia de este tipo de actividades no da lugar a espacios en los que se puedan entablar relaciones sociales dentro del sector o incluso a dirigir el buen aprovechamiento del tiempo libre, haciendo de los individuos una población vulnerable a problemas sociales. Esta preocupación fue manifestada por el 45% de los encuestados que afirmaron que la drogadicción era una

de sus preocupaciones, como será expresado en la tabla de problemas del barrio.

Para apreciar la atención de salud, la cual es una necesidad fundamental, se tuvo en cuenta el acceso al sistema general de seguridad social en salud, pues esto puede asegurar el acceso a la atención médica para los individuos en caso de necesitarlo, a pesar de su condición económica. Se identificó que un 15% de la población encuestada no cuenta con SISBEN, el 74% de las familias tienen SISBEN Nivel 1, frente a un 5% de las familias encuestadas que tienen SISBEN con Nivel 2 y por último un 5% de la población no Respondió. Así mismo, se pudo encontrar que solo el 9% de los encuestados no tienen o no se encuentran registrados en alguna EPS. Mientras que el resto se encuentra registrado en alguna de las diferentes entidades prestadoras del servicio de salud.

Sin embargo, El hecho de que gran parte de esta población se encuentre registrada en alguna entidad prestadora del servicio de salud no quiere decir que de igual manera pueda acceder a estos servicios, ya sea por inconsistencias del sistema o el no aprovechamiento del servicio. De las personas que están registradas en alguna entidad se encontró que el 27% no acuden a la entidad promotora de salud mientras que el 72% afirmó usar alguno o varios de los servicios de médico general, especialista, pediatra y odontólogo.

Finalmente, respecto a condiciones de discapacidad se encontró que de la población que habita en el sector el 17% presenta discapacidad física, el 6% discapacidad mental, el 1% discapacidad sensorial y el 1% todas las anteriores, el 74% de la población no presenta ninguna discapacidad. Este dato es importante pues evidencia que una parte de la población

requiere de necesidades especiales. Se pudo encontrar que de la mayoría de las personas discapacitadas presentan una discapacidad física, pero el espacio público del barrio, el acceso a la vivienda o sus dimensiones hacen que se entorpezca la movilidad dentro del mismo y que no se ofrezcan condiciones de vida muy favorables para este tipo de población.

Conclusiones

El conflicto armado ha dejado víctimas de diferentes delitos como masacres, violencia sexual, desapariciones forzadas, secuestro, etc. Pero también se encuentran las víctimas indirectas, representadas por los familiares de las víctimas, pues ellos también se ven afectados por el delito. Las víctimas indirectas empiezan a vivir con sensación de desprotección, miedo, desconfianza y sintiéndose vulnerables ante nuevos actos violentos, sufren de ansiedad, la angustia los lleva a aislarse, hay casos donde su duelo queda congelado prolongando su sufrimiento y los hogares quedan fragmentados, lo que provoca problemas familiares.

El hecho de que estas familias sean desplazadas quiere decir que es muy posible que hayan sido afectados de manera psicológica, usualmente las personas que se ven forzadas a dejar su lugar de origen llegan a sufrir niveles elevados de estrés, cuadros severos de ansiedad, depresión o estrés postraumático, especialmente si han sido desplazamientos con actos violentos. Además el desplazamiento forzoso es un hecho que afecta directamente a la economía del hogar, pues implica la pérdida de todos sus bienes materiales, propiedades y empleos. Lo cual es situación dirige a la población afectada hacia una condición de pobreza.

Las familias de este sector en general se encuentran en una situación económica difícil, los ingresos familiares no son muy altos debido al tipo de trabajos acorde a los niveles educativos y a los niveles de desempleo. Una estabilidad económica es necesaria para que la familia pueda satisfacer sus necesidades básicas, por esta razón, la economía familiar es un factor que afecta directamente en el bienestar de los miembros del hogar.

Existen dos factores en este grupo social que entorpecen la capacidad de generar ingresos, por una parte, el hecho de ser desplazados y por otra los niveles educativos. Para el caso de los desplazados, en su lugar de origen estaban capacitados o tenían los conocimientos necesarios para realizar cierto tipo de actividades económicas para su sustento, las cuales ya no pueden realizar en la ciudad receptora, pues el tipo de actividades que se realizan en esta son de carácter diferente. Por este motivo se ven obligados a emplearse en trabajos informales acorde a sus capacidades.

La educación es una necesidad básica, pero en poblaciones afectadas por el desplazamiento puede verse entorpecida por diferentes motivos. El proceso de educación puede verse interrumpido mientras el hogar logra adaptarse en la ciudad de recepción o consigue cierta estabilidad, los bajos ingresos llevan a la deserción de estudiantes para minimizar costos y poder suplir las necesidades más apremiantes y en otros casos al llegar a cierta edad deben dejar sus estudios para vincularse a alguna actividad que genere ingresos y aporte al sustento familiar. Un bajo nivel educativo es una situación que a futuro afectará la economía del individuo, pues este implica un poco competitividad y

por tanto dificultad para conseguir un buen empleo.

El nivel educativo es un factor que dificulta su acceso al mercado laboral, el competir con otras poblaciones que presentan mayores niveles educativos los pone en desventaja a la hora de ser empleados. De esta manera se recurren a alternativas como trabajos informales o independientes para los que no se les exige un conocimiento técnico o profesional.

Referencias Bibliográficas

Rueda, S. (1993). Habitabilidad y calidad de vida. Cuadernos de Investigación Urbanística (42), 29-33.

Alguacil, J. (octubre de 2000). Calidad de vida y modelo de ciudad. Calidad de vida urbana: variedad, cohesión y medio ambiente (15). Madrid, España: Instituto Juan de Herrera. Obtenido de <http://habitat.aq.upm.es/boletin/n15/ajalg.html>

Leva, G. (2005). Indicadores de calidad de vida urbana. Habitat Metropolis, 1-101.

Sampieri, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.

APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS COMO METODOLOGÍA PARA FORTALECER LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LOS ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL COLEGIO LA PRESENTACIÓN SANTA TERESA

Mayra Alejandra Arévalo Duarte

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Doctora en Educación y TIC
Correo electrónico: mayraarevalo@ufps.edu.co

Edith Solanye López Daza

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Práctica Pedagógica
Correo electrónico: solanyelod@hotmail.com

Angélica Paola Chávez Bautista

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Práctica Pedagógica
Correo electrónico: angiechavezbautista@hotmail.com

Resumen

El presente artículo de investigación fue realizado a 20 estudiantes de noveno grado del Colegio la Presentación Santa Teresa y presenta la influencia de la metodología Aprendizaje Basado en Problemas en el fortalecimiento de la competencia matemática resolución de problemas. El estudio se efectuó con un enfoque metodológico de carácter cuantitativo mediante un diseño pre-experimental, el cual se llevó a cabo en tres fases y teniendo en cuenta el método heurístico de los cuatro pasos propuesto por George Polya que fundamentan el ABP. Se trabajó la competencia resolución de problemas en matemáticas por medio de un test, un postest y una unidad didáctica; las cuales una vez aplicadas, sus resultados comparativos evidenciaron avances después de la intervención de la metodología.

Palabras clave: competencia matemática, metodología ABP, resolución de problemas.

Introducción

En Colombia, se han realizado diferentes estudios enfocados al mejoramiento de la calidad educativa, donde la matemática es una de las áreas de mayor importancia debido a que es evaluada en las pruebas externas y desarrolla diversas competencias. En esta búsqueda del mejoramiento nace esta investigación que se origina en el Macroproyecto titulado Prácticas Pedagógicas en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), en el marco del desarrollo de la Línea Enseñabilidad de las Ciencias perteneciente a la Maestría en

Práctica Pedagógica de la Universidad Francisco de Paula Santander, donde el objetivo central de este Macroproyecto es diseñar estructuras metodológicas apoyadas en el ABP en la enseñanza de las ciencias que conlleven a una educación de calidad en instituciones educativas de la región.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos tanto en las pruebas internacionales como nacionales, se observó que entre las competencias evaluadas en el área de matemáticas, se evidencia mayor debilidad en la competencia de Resolución de Problemas. Por lo cual, se podría considerar

que los bajos puntajes de estas pruebas están revelando que la enseñanza en resolución de problemas se realiza mediante estrategias de transferencia, es decir, se reduce a resolver y explicar un conjunto de problemas para después pedirle a los estudiantes que resuelvan otros problemas análogos (Sanjosé, Valenzuela, Fortes y Solaz, 2007).

De manera general, se ha dicho que las dificultades que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos es posible, que estén relacionados con las estrategias que el maestro utiliza en clase y efectivamente, diferentes estudios e investigaciones exponen que los docentes con frecuencia tienen dificultades para enseñar a los estudiantes cómo abordar los problemas y cómo hacer uso de herramientas adecuadas (Harskamp & Suhre, 2006), es por ello que se pretende, que con los resultados de este estudio se pueda evidenciar si al momento de utilizar una metodología diferente en el aula, los estudiantes logran desarrollar mejor sus competencias en el área.

Además, las prácticas tradicionales han fortalecido la creencia de que resolver un problema es relacionarlo a éste con una o varias operaciones aritméticas, las cuales se aplican con los datos del problema, incluso esta relación se ve enfatizada con el esquema de solución de problemas: Datos-Operaciones-Resultado, que se observa en los cuadernos de matemáticas por varias generaciones (Gutiérrez, 2012).

A partir de este enfoque, de lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional en los estándares de competencias básicos y teniendo en cuenta la necesidad de investigar en otras formas que permitan mejorar la calidad de la educación en matemáticas, se presenta la idea de este proyecto de investigación que pretende por medio la metodología ABP determinar su influencia en el desarrollo de la competencia

resolución de problemas, con el fin de lograr que los estudiantes de noveno grado aprendan de manera colaborativa en la búsqueda de resolver un problema inicial, complejo y retador que desencadene el aprendizaje autónomo y significativo.

Metodología

El enfoque metodológico utilizado en esta investigación es de carácter cuantitativo con un diseño pre-experimental, y de acuerdo a los objetivos propuestos, constó de tres fases:

Fase 1: Inició con la aplicación de un test elaborado según los pasos de resolución de problemas propuestos por Polya, con el propósito de caracterizar esta competencia matemática, a través de conocimientos acerca de área, volumen y operaciones básicas con números enteros. La duración de la prueba fue de una hora y media.

Fase 2: Consistió en la implementación de la metodología ABP. Para esto se diseñó una unidad didáctica basada en los siete pasos propuestos por Moust, Bouhuijs y Schmidt (2007), y también, en el modelo propuesto por Benjumea (2013), para las instituciones Fe y Alegría. La unidad didáctica partió de un problema, enfocado en la temática correspondiente a la planeación de dicho periodo en el área de matemáticas.

Fase 3: Luego de finalizada la intervención con la metodología ABP, se llevó a cabo la aplicación del postest, el cual correspondió al mismo test aplicado en la primera etapa. Seguidamente se realizó el análisis de los resultados obtenidos en ambos cuestionarios, utilizando el software SPSS versión 23.

Población y Muestra.

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa la Presentación Santa Teresa de la ciudad de Cúcuta, aplicándose

a los estudiantes del grado noveno. La población, estuvo conformada por 20 estudiantes, al igual que la muestra debido a que en el colegio solo existía un grupo de este grado por lo tanto la investigación se llevó a cabo con todos los jóvenes y los estudiantes con una edad promedio de 15 años. Debe resaltarse que este grupo estaba conformado desde el inicio del año escolar.

Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.

Los instrumentos utilizados fueron un cuestionario sobre resolución de problemas y una unidad didáctica correspondiente a la metodología ABP, estos se describen a continuación.

Primer Instrumento: El cuestionario de resolución de problemas, se realizó con el propósito de evaluar la competencia para resolver problemas en el grupo de estudiantes. Éste se estructuró teniendo en cuenta el método heurístico de los cuatro pasos de George Polya, y constó de cuatro problemas que fueron extraídos de las Pruebas Saber 5 y 9 de años anteriores. Luego de realizarles los cambios pertinentes, el cuestionario quedó conformado por 15 preguntas, cada una de estas se relacionó con uno o más de los 16 indicadores que se extrajeron para caracterizar cada fase de la resolución de problemas.

La escala de valoración empleada para este instrumento se hizo con base en dos escalas ya preestablecidas. La primera, corresponde a la plantilla de evaluación de la competencia resolución de problemas creada por la Universidad Politécnica de Madrid, de la cual se extrajeron los indicadores ya mencionados, y la estructura de estos. La segunda, corresponde a la escala que maneja el ICFES para valorar las Pruebas Saber 9 en el área de matemáticas, de ella se seleccionaron los niveles de desempeño y los rangos de puntaje.

Segundo Instrumento: La Unidad Didáctica “Diseño de tarjetas y cajas de regalo” se realizó con el propósito de fortalecer la competencia para resolver problemas a partir de la metodología ABP. Para su elaboración, se tomó como modelo el documento “Estrategias de aula en los centros Fe y Alegría” (Benjumea, 2013), considerado como una herramienta de apoyo a la labor docente en su proceso de enseñanza, y en el cual se presenta la estrategia de solución de problemas, a través de una serie de actividades que especifican la manera cómo se puede implementar en el aula.

Confiabilidad y Validez del instrumento.

El cuestionario construido fue revisado y sometido a un proceso de validación a juicio de cinco expertos en el área de matemáticas y pedagogía, quienes hicieron observaciones y aportes, primordialmente, se transformaron algunas preguntas de selección múltiple con única respuesta en preguntas abiertas, y se redactaron preguntas de tal forma que se pudieran valorar varios indicadores de cada fase.

Posteriormente, se aplicó una prueba piloto con 10 estudiantes del grado noveno de un colegio oficial, estos estudiantes se eligieron de manera aleatoria a partir del promedio de su rendimiento académico. A partir de dichos resultados, se aplicó el Alfa de Cronbach, y se obtuvo un valor de 0,8, dando así aval al instrumento que sería aplicado como test y postest en cada una de las instituciones educativas en las que se realizó la investigación.

Técnicas de análisis de la información.

En el primer encuentro con el grupo se procedió a la aplicación del cuestionario de resolución de problemas. Teniendo en cuenta las necesidades, intereses, y objetivos de aprendizaje de los estudiantes,

se creó un problema abierto y débilmente estructurado, integrando varias asignaturas.

A partir de éste, se desarrolló la unidad didáctica en quince encuentros ajustados a la metodología ABP. En el décimo sexto encuentro se llevó a cabo la aplicación del postest. Para la tabulación de la información se empleó el programa estadístico SPSS versión 23, y para el análisis descriptivo se utilizaron tablas de frecuencia, diagramas de barras, barras de error y pruebas paramétricas.

Resultados y análisis

A continuación se presenta un análisis e interpretación de los resultados obtenidos durante la investigación. Evidenciando los resultados obtenidos en la solución del Test y el Postest para analizar el estado de la competencia resolución de problemas antes y después de la implementación de la metodología ABP.

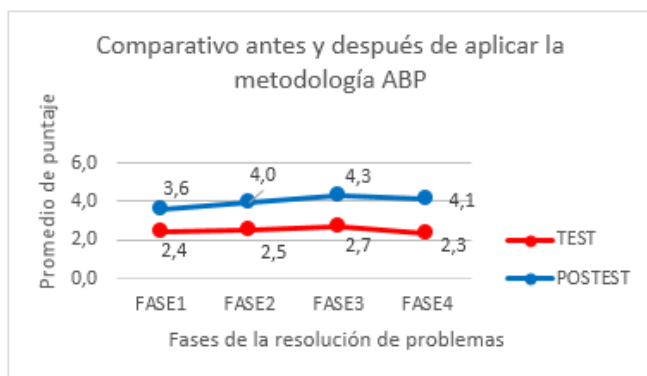


Figura 1. Promedio de puntaje en el test y postest.

La figura 1 revela que en la institución existió una mejora significativa en el desempeño de los estudiantes respecto a las fases comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y análisis de la solución obtenida, pues en éstas el puntaje promedio del postest aumentó en más de un punto al compararlo con el del test. Por otra parte, ocurrió que en los resultados de este

questionario tres de las fases tuvieron mayor dispersión, por lo tanto, existió mayor diferencia entre el menor y el mayor puntaje obtenido, y los desempeños estuvieron más distintos entre sí durante el postest.

Respecto al mejoramiento del desempeño en cada fase, luego de la implementación de la metodología ABP, algunos estudios comparten estos resultados significativos. Boscán y Klever (2012) al aplicar dicha metodología, consiguieron aumentar el número de estudiantes que comprendían los enunciados de los problemas, situación que fue comprobada con el aumento del número de respuestas correctas. Así mismo, comprobaron que posterior a la intervención, el proceso que los estudiantes llevaron a cabo, fue más reflexivo, porque lograron concebir un plan y ejecutarlo, tuvieron en cuenta la respuesta y especialmente, verificaron cada paso realizado.

De igual forma la investigación de Cerda (2014) al indicar que después de la intervención, el proceso realizado por los estudiantes, fue reflexivo y hubo comprensión de la importancia de revisar el resultado obtenido, lo que permitió que tuvieran mayores aciertos al resolver los problemas.

Al analizar el avance que tuvieron especialmente las fases comprensión del problema y ejecución de un plan, puede afirmarse que la primera se benefició gracias a la lectura comprensiva de la situación problema realizada en cada equipo y de manera general. Del mismo modo, la descripción de la necesidad existente, la definición del problema; y la propuesta de ideas para resolver la situación, fueron actividades de la unidad didáctica que permitieron enfatizar dicha fase.

Por otra parte, la fase de ejecución se abarcó en el octavo encuentro de la metodología, durante el cual cada equipo resolvió los procesos y ejercicios de las posibles

soluciones del problema. Dichos resultados fueron afines con los hallazgos de Hidalgo, Mera y López (2015), en esta investigación, los estudiantes mostraron mayor habilidad al solucionar problemas luego de la intervención, notándose mejoría en el interés por investigar, y mayor comprensión de los saberes aprendidos.

Igualmente, dichos resultados confirman lo hallado en otras investigaciones en cuanto al impacto de una metodología de resolución de problemas en el desarrollo de competencias básicas (Alonso Sanz, 2011; Egido et al., 2006; Fernández et al., 2006; Palomares, 2011). También coincide con Gutiérrez (2012) mostrando que existe una relación positiva entre las estrategias de enseñanza y la resolución de problemas matemáticos.

Para comparar la competencia de los estudiantes al resolver problemas antes y después de aplicar la metodología ABP, de acuerdo al análisis comparativo realizado fue evidente que las fases en las que los estudiantes mejoraron significativamente fue en los pasos de ejecución del plan y examen de la solución obtenida, ya que los puntajes promedios aumentaron en más de un punto para el postest.

Conclusiones

Con esta investigación se puede decir que después de la implementación de la metodología ABP, el proceso que realizaron los estudiantes fue reflexivo, ya que estaban acostumbrados a un proceso mecánico en la resolución de problemas, lo cual dificultó comprender paso a paso el procedimiento a efectuar haciéndose esto evidente en los resultados del test. Después de la intervención de la metodología, los estudiantes aprendieron a concebir un plan y ejecutarlo, no solo se preocuparon por dar una respuesta al problema planteado sino que verificaban cada paso realizado. Se evidenció la importancia de que el maestro

trabaje con una metodología que le permita al estudiante aprender a resolver problemas de manera ordenada y sistemática, donde conciba los problemas como el recurso más cercano al proceso de enseñanza y aprendizaje cuando se trabaja por competencias, tanto en el proceso de formación y desarrollo de las mismas como en el proceso de evaluación.

De acuerdo a los resultados encontrados, se puede dar respuesta a la pregunta formulada al iniciar el proceso de investigación, donde la manera de cómo influyó la metodología ABP en el desarrollo de la competencia resolución de problemas en los estudiantes de noveno grado, se vio reflejada en el aumento de los porcentajes comparativos de los resultados del test al postest, donde cada una de las cuatro fases mejoró de manera significativa, especialmente la última de examinar la solución obtenida, este paso también lo denominan “la mirada retrospectiva”, ya que es uno de los aspectos que menos se tienen en cuenta a la hora de resolver un problema debido a que los estudiantes consideran que el problema se acaba cuando se da una respuesta si mirar si esta es coherente con lo que se está pidiendo.

El método heurístico de George Polya no solo permitió que los estudiantes fortalecieran sus competencias, sino que también trabajó otros aspectos como lo fueron el autoaprendizaje al momento en que los estudiantes manejaron de manera adecuada los recursos de búsqueda de la información y reconocieron la importancia que esa información obtenida les iba a ser útil, relevante y confiable para resolver su problema, de igual manera la capacidad para integrar conocimientos de diversas fuentes de información, preparándolos para resolver de esta manera no solo los problemas matemáticos si no también los cotidianos.

Otro de los aspectos que fortaleció la metodología ABP fue el trabajo en equipo, al momento en que los estudiantes empiezan a trabajar de forma colaborativa con sus compañeros, notaron que si tenían en cuenta las ideas de los demás y entre todos buscaban las posibles soluciones a un problema podían obtener mejores resultados y así también se afianzaron valores y actitudes en los participantes como la autoconfianza al momento de perder el miedo escénico para socializar frente a los demás sus ideas.

Sin olvidar el pensamiento crítico al momento de entender, identificar las partes e información que le proporcionaba un problema, realizar el análisis en profundidad, exponer, debatir, crear y proponer, que también son algunas de las características que afianza la metodología Aprendizaje Basada en Problemas.

La práctica de esta metodología, no se encuentra exenta de dificultades y limitaciones, ya que requiere de tiempo, esfuerzo y habilidad por parte de los docentes, debido a que no solo es necesario tener un dominio de la asignatura, sino de tener compromiso y dedicación para preparar las diferentes situaciones problemas de acuerdo a las necesidades y el contexto de su grupo.

Otra propuesta para futuras investigaciones que permita fortalecer el estudio realizado es llevarla a cabo en los grados de básica primaria ya que sería interesante implementar el método heurístico de Polya en los grados inferiores, que son la base de la educación y puedan afianzar la metodología para el desarrollo de las competencias no solo matemáticas sino también de las otras asignaturas.

Referencias Bibliográficas

Agudelo, G., Bedoya, V., Restrepo, A. (2008). Método Heurístico en la resolución

de problemas. (Tesis de Pedagogía, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira). Recuperado de: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/990/3722107A282.pdf;jsessionid=F46DDA159888D67DB68B4336301C6053?sequence=1>

Barrel, J. (1999) Aprendizaje basado en Problemas, un Enfoque Investigativo. Buenos Aires, Argentina: Editorial Manantial.

Barroso, J., Rodríguez, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 342, pp. 257-286.

Barrows H.S. (1986) A Taxonomy of problembased learning methods, *Medical Education*, 20, 481-486.

Benjumea J. (2013). Estrategias de Aula en los centros de Fe y Alegría, solución de problemas. Libro digital. Colombia.

Boscán, M., Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Revista Escenarios*, 10 (2), 7-19. Recuperado de: <http://repositorio.uac.edu.co/bitstream/handle/11619/1445/Metodolog%C3%ADa%20basada%20en%20el%20m%C3%A9todo%20heur%C3%ADstico%20de%20polya%20para.pdf?sequence=3&isAllowed=y>

Cerda Rodríguez, S. I. (2014). *Impacto de la resolución de problemas en el rendimiento académico en matemáticas* (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Nuevo León).

Cortes, M & Galindo, N. (2007). El modelo de Pólya centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida. Universidad de la Salle. Tesis de Maestría.

Díaz Barriga, F, (2006). Aprendizaje Basado en Problemas. De la teoría a la práctica. *Revista electrónica: Perfiles Educativos*, 28, 111.

Flores, L., Rincón E., Zúñiga, L. (2014). El ABP en la enseñanza de las matemáticas como estrategia Didáctica para el desarrollo del pensamiento crítico en el nivel Medio

básico y modalidad telesecundaria. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. México. (5), p. 2125-2132.

Gutiérrez, J. (2012). Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la Percepción de estudiantes del cuarto Grado de primaria de una Institución Educativa – Ventanilla. (Tesis de Maestría, Universidad San Ignacio de Loyola, Perú). Recuperado de: http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/123456789/1201/1/2012_Guti%C3%A9rrez_Estrategias%20de%20ense%C3%B1anza%20y%20resoluci%C3%B3n%20de%20problemas%20matem%C3%A1ticos%20seg%C3%BAn%20la%20percepci%C3%B3n%20de%20estudiantes%20del%20cuarto%20grado%20de%20primaria.pdf

Harskamp, E. and Suhre, C. (2006). Improving mathematical problem solving: A computerized approach. En: *Computers in Human Behavior*, 22

Icfes. (2016). Resumen ejecutivo Colombia en PISA 2015. Informe. Colombia. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/docman/institucional/home/2785-informe-resumen-ejecutivo-colombia-en-pisa-2015>

Llanos, S. (2008). Estrategias heurísticas de resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática. Lima: Derrama Magisterial.

Ministerio de Educación Nacional. Llegó el momento de Colombia en las Pruebas PISA 2015. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-350959.html>

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2003). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2010). Pruebas Saber 3º, 5º y 9º. 04 de octubre de 2016, Sitio web: <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-244735.html>

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2012). Lineamientos Curriculares Matemáticas. *Magisterio, Bogotá*. Tomado de

http://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-89869_archivo_pdf9.pdf

Moust, J; Bouhuijs, P; Schmidt, H. (2007). El aprendizaje basado en problemas: Guía del estudiante. Cuenca: Ediciones de la UCLM

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Resultados de PISA 2012 en Foco Lo que los estudiantes saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. OCDE. 2014.

https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

Pólya, G. (1945). How to solve it [Zugazagoitia, J.(1978), trad. Cómo plantear y resolver problemas. México, DF: Trillas]. Princeton.

Polya, G. Estrategias para la solución de problemas. *Recuperado de* <http://www.winmates.net/includes/polya.php> (octubre 2009).

Polya, G. (1980). On Solving Mathematical Problem in High Scholl. En KRULIK, S. y REIS, R. (Eds.) *Problem Solving in School Mathematics*. NCTM: Reston. [92]

Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, C., Portalés, J. (2007). Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia. *Revista Electrónica de Enseñanza de las ciencias*, 6(3), p.538-561.

Silva, F. E. (2009). Métodos y estrategias para la enseñanza-aprendizaje del derecho. *Revista Daena (International Journal of Good Conscience)*, 4(1). Recuperado de: [http://www.spentamexico.org/v4-n1/4\(1\)%2031-74.pdf](http://www.spentamexico.org/v4-n1/4(1)%2031-74.pdf)

Solaz-Portolés, J. J., & Sanjosé López, V. (2008). Conocimiento previo, modelos mentales y resolución de problemas: Un estudio con alumnos de bachillerato. *Revista electrónica de investigación educativa*, 10(1), 1-16.

Vizcarro, C; Juárez, e. (s.f). La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas. Capítulo 1. ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas? Universidad Autónoma de Madrid.

EL MÉTODO DEL VALOR GANADO COMO INDICADOR DEL CONTROL Y SEGUIMIENTO A PROYECTOS

Zulay Alarcón Rivera

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

¹Magister en Gerencia de Empresas mención Mercadeo

Correo electrónico: zulayar@ufps.edu.co

Martha Sofía Orjuela Abril

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

Magister en Administración de Empresas con especialidad en Dirección de Proyectos

Correo electrónico: sofiaorjuela@ufps.edu.co

José Orlando García Mendoza

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

Magister en Administración de Empresas con especialidad en Gestión de la Calidad

Correo electrónico: orlandogarcia@ufps.edu.co

Resumen

El presente artículo de investigación permite conocer de primera mano uno de los métodos utilizados en el control y seguimiento a proyectos, conocimiento necesario para los Gerentes, empresarios y líderes organizacionales, este método concede a través de la aplicación de las ciencias básicas, especialmente en el caso que se ocupa, el área de las matemáticas aplicada, en la toma de decisiones en la administración de proyectos, por otro lado se presenta una gama de variables o ítems de necesidades de aplicación de métodos matemáticos que admiten cuantificar resultados con el fin de tomar decisiones basadas en hechos reales, no solo en el área de la producción, sino en lo comercial, lo financiero y aún en la cuantificación de los ingresos del recurso humano utilizado en cualquier organización, así mismo se presenta un ejemplo sencillo que permite determinar el valor ganado en la ejecución de un proyecto tanto del costo como el tiempo aplicado y por ejecutar.

Palabras claves: Valor Ganado, Matemáticas, Varianza, Costo, Tiempo, Proyecto.

Introducción

Ante todo vale la pena entender que las matemáticas en el seguimiento y control de proyectos son de suma trascendencia, por lo tanto se hace necesario entender que existen estándares en la gestión de proyectos como: El Project Management Body of Knowledge (PMI, 2009) conocido por sus siglas en inglés PMBOK, constituye un estándar en la administración de proyectos. Este está compuesto por cinco grupos básicos de procesos: Iniciación, Planificación, Ejecución, Seguimiento y Control y por último cierre del proyecto

(García, 2012). Es decir según PMBOK es un método objetivo para medir el desempeño del proyecto en lo referente al alcance tiempo y costo, el análisis del valor ganado es una técnica que integra el alcance, el cronograma y el costo para analizar el desarrollo del proyecto.

De otro lado para los administradores de proyectos es de suma importancia realizar el control de las diferentes áreas como la integración el alcance, el tiempo, el costo, la calidad, los recursos humanos, las comunicaciones, los riesgos y adquisiciones (García, 2012), estas últimas presentan la

necesidad del uso de indicadores cuantitativos o numéricos articulados a la matemática, Así mismo emergen controles o indicadores como la línea base del desempeño de costos, el valor planificado, el costo real, la variación de costos, el índice de rendimiento de costos y por último, el caso que ocupa el presente artículo como lo es el Valor Ganado (EV) del proyecto, por lo tanto se puede evidenciar como las ciencias básicas a través de las matemáticas atomiza todas las áreas del conocimiento, en este caso la administración, la gestión y el control de proyectos.

Indicadores propuestos en el PMOBOK por áreas de conocimiento

-Área de Conocimiento-	-Indicador-	-Definición-
Alcance	Variación del alcance	$\frac{\text{Desempeño Técnico Planificado}}{\text{Desempeño Técnico Real}}$
Calidad	Defectos encontrados	$\frac{\text{Defectos encontrados}}{\text{Límites establecidos}}$
	Índice de puntualidad	-
	Control de presupuesto	-
	Frecuencia de defectos	-
	Índice de Fallos	-
	Disponibilidad	-
	Fiabilidad	-
	Cobertura de las pruebas	-
Costo	Línea base del desempeño de Costos	$BAC = \sum_{i=1}^n \text{Presupuesto}(i)$
	Valor Planificado	$PV = \sum_{i=1}^n \text{Costo_Plan_Actividad}(i)$
	Costo Real	$AC = \sum_{i=1}^n \text{Costo_Real_Actividad}(i)$
	Valor Ganado	$EV = \% \text{ real Actividad}(i) \cdot PV / 100$
	Variación de Costos	$CV = EV - AC$
	Índice de Rendimiento de Costos	$CPI = EV/AC$
Tiempo	Variación del Programa	$SV = EV - PV$
	Índice de Rendimiento del Programa	$SPI = EV/PV$

Tomado de: (García, 2012)

Sin embargo se hace necesario entender los componentes básicos del EVM⁵ o WIP, así como su definición (St-Martin, 2010) este autor expresa que es la ayuda de los directores de proyecto a entender mejor el desempeño es decir el estándar para medir el desempeño del cronograma y del costo en un proyecto.

Los componentes del EVM de acuerdo al autor antes mencionado son:

AC = Costo Actual. Representa los pesos que gastamos para completar el trabajo.

PV = Valor Planificado. Representa el costo planificado del trabajo que debería estar completo en un momento determinado. (St-Martin, 2010)

EV = Valor Ganado. Es una medida del valor del trabajo que se completó a un momento determinado.

Ahora es necesario definir con claridad este último o EV, que según (Navarro, 2006) no es más que el coste presupuestado del trabajo realizado, una foto instantánea del progreso del trabajo en un momento dado del proyecto, valorado según el coste presupuestado. Si el progreso del trabajo de una actividad coincide con el inicialmente previsto, el valor ganado coincidirá con su coste planificado. Es decir para el autor el valor ganado nos da una medida de lo que deberíamos haber gastado dado el progreso del trabajo, valorado según el coste presupuestado. Eso no quiere decir que nos hayamos gastado realmente ese dinero. Este último valor lo da el coste realizado que, como su nombre indica, no es más que el dinero que ha salido de la caja del proyecto hasta el momento.

Es aquí donde se necesita de herramientas cómo el Seguimiento y reportes: se refiere a la generación de informes ejecutivos que puedan plasmarse en un tablero de control (ya sea electrónico o de papel) para mostrar información precisa, concreta y focalizada en lo que necesitan los ejecutivos para la toma de decisiones efectiva. (Claudia Marcela Betancourt Morales, 2014)

Ahora bien el método del valor ganado es una de las herramientas utilizadas para el control y seguimiento de los proyectos, por esto: Se concluye que las herramientas y técnicas son necesarias para una buena gestión del tiempo, permiten establecer un

⁵ EVM significa Gestión del Valor Ganado por sus siglas en Inglés Earned Value Management y WIP que significa Trabajo en Curso por sus siglas en inglés Work in progress.

trabajo sistémico que favorece la planeación y el seguimiento adecuado de los proyectos, estimar el tiempo de las actividades en las diversas fases de un proyecto. (HANSELD ALEXIS ESCALLON ORTIZ, 2015)

Aplicación.

En el Costo. Ahora según Briceño Lazo (1996) la validez práctica del método descansa en el conocimiento simultáneo de tres valores relativos a las actividades en un momento de control e inspección de un proyecto, ellos son citado por (Chauca, 2004):

Costo Actual del Trabajo Realizado CATR	Costo Presupuestado del Trabajo Realizado CPTR	Costo Presupuestado del Trabajo Planificado CPTP
Actual Cost for Work Performed ACWP	Budgeted Cost for Work Performed BCWP	Budgeted Cost for Work Scheduled BCWS

Tomado de: (Chauca, 2004)

Esto permite calcular las siguientes desviaciones:

ΔE_j : Desviación Ejecución

$$\Delta E_j = CPTR - CPTP$$

$\Delta E_j > 0$ Ejecución adelantada

$\Delta E_j < 0$ Ejecución atrasada

ΔC : Desviación Costos

$$\Delta C = CPTP - CATR$$

$\Delta C > 0$ Ahorro de Costos

$\Delta C < 0$ Exceso de Costos

ΔE_f : Desviación Eficiencia
CATR

$$\Delta E_f = \Delta E_j + \Delta C = CPTR - CATR$$

$\Delta E_f > 0$ Eficiencia Global Sobre lo Programado

$\Delta E_f < 0$ Eficiencia Global Bajo lo Programado

(Chauca, 2004)

De otro lado según (Briceño, P. 1996, p.136) puede ser usado para analizar la

productividad y eficiencia del proyecto, para lo cual se aplican los siguientes indicadores:

Productividad del Costo Actual PCA (CPI: Cost Performance Index)

$$PCA = CPTR / CATR \quad \text{o} \quad CPI = BCWP / ACWP$$

La efectividad sobre la planificación realizada EPR (SPI: Shedule Performance Index)

$$EPR = CPTR / CPTP \quad \text{o} \quad SPI = BCWP / BCWS$$

También se puede hallar la productividad del costo al fin del proyecto PCF (ACPI: At Completion Cost Performance Index)

$$PCF = CPF / CEF \quad \text{o} \quad ACPI = BAC / EAC$$

Dónde: CPF es el costo presupuestado de fin del Proyecto (BAC Budget at Completion) y CEF el Costo estimado al fin del Proyecto (EAC Estimated cost at completion) qu mide la tendencia del costo proyectado al fin del Proyecto. Citado por (Chauca, 2004) y su interpretación según Maritadonna propuesto en el tercer congreso iberoamericano de gerencia de proyectos (2002, p.10) se deduce que:

PCA (CPI) : PCA = 1 Costo igual al valor ganado.

PCA > 1 Costo menor al valor ganado.

PCA < 1 Costo mayor al valor ganado.

Ahora bien el EPR (SPI) se interpreta así:

EPR = 1 Valor ganado dentro de la planificación

EPR > 1 Valor ganado sobre la planificación

EPR < 1 Valor ganado bajo la planificación

Y por último el PCF (ACPI): tambien se puede interpretar pero de la siguiente forma:

PCF : 1 Costo final igual al presupuestado

PCF > 1 Costo final menor al presupuestado

PCF < 1 Costo final mayor al presupuestado

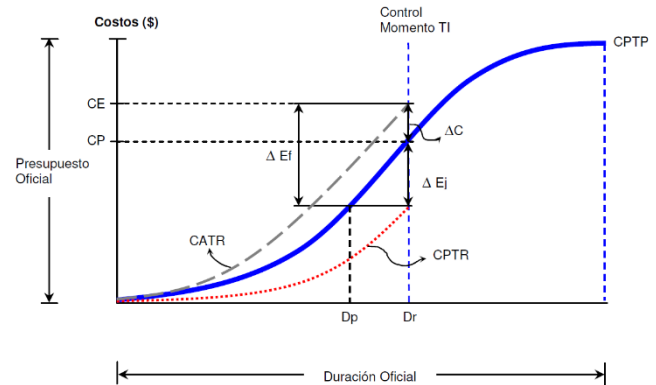
Todo lo anterior según (Chauca, 2004)

En resumen lo anteriormente expuesto se puede explicar de la siguiente manera:

La formulación a utilizar para calcular cada uno de los siguientes elementos que permitirá determinar al final, si el proyecto esta a tiempo, el costo esta a tiempo, el índice de desempeño del cronograma está a tiempo o por el contrario se tiene que adicionar una inversión adicional en el proyecto.

Costo actual (AC) que es el costo real del trabajo realizado, el Valor ganado (EV) o la suma de todos los costos del presupuesto del trabajo que se esta desarrollando, hasta el momento de aplicar el análisis, el costo del valor planeado (PV) son los costos del presupuesto que tenemos para aplicar al proyecto total, la varianza del costo (CV) que faculta al lider del proyecto, para identificar la variación que tiene el costo del cronograma en el instante de desarrollar el análisis, así mismo la varianza del cronograma (SV), que posibilita la identificación de si el cronograma está a tiempo o tiene una varianza, el índice de desempeño del costo (CPI) permite medir el valor ganado de un proyecto en comparación de los costos reales aplicados al proyecto, el índice de desempeño del cronograma (SPI), o medida real del cronograma del proyecto, por último la estimación a la terminación del proyecto (EAC) permite identificar si el presupuesto inicial es suficiente para terminar el proyecto o si se deben hacer adiciones, así como determinar si hay ahorro en el desarrollo del total del proyecto.

Ahora bien el método a utilizar para desarrollar el análisis de la situación del proyecto, es el costo presupuestado para los trabajos programados (CPTP), a cada fecha o momento (TI), como se muestra a continuación:



(Chauca, 2004)

Conclusiones

De acuerdo a lo expuesto anteriormente se puede discernir la importancia y el uso de estas herramientas en el control y seguimiento al desarrollo de los proyectos en todas las áreas, los resultados de la aplicación de las anteriores permite a la gerencia de proyectos tomar decisiones basados en hechos reales y no en especulaciones.

Así mismo se puede definir a través del tiempo, aplicando controles en cualquier momento, si el proyecto presenta desviaciones, tanto en el tiempo y ejecución de trabajos como en la ejecución presupuestal del proyecto, parcial y totalmente.

Referencias Bibliográficas

Chauca, M. C. (07 de 2004). *Biblioteca Universidad Católica andrés Bello*. Recuperado el 15 de 10 de 2017, de <http://biblioteca2.ucab.edu.ve/anexos/biblioteca/marc/texto/AAQ1334.pdf>

Claudia Marcela Betancourt Morales, I. P. (06 de 2014). *scielo. Revista EIA, ISSN 1794-1237, 11(21), 133-144*. Recuperado el 05 de 10 de 2017, de <http://www.scielo.org.co/pdf/eia/n21/n21a12.pdf>

García, J. L. (2012). *Google Académico*. Recuperado el 04 de 10 de 2017, de https://scholar.google.es/scholar?hl=en&as_sdt=0%2C5&q=m%C3%A9todo+del+valor+ganado+en+proyectos+productivos&btnG=

HANSELD ALEXIS ESCALLON ORTIZ, D. K. (2015). *Biblioteca Funiber*. Recuperado el 07 de 10 de 2017, de <https://biblioteca.funiber.org/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=6756>

Navarro, D. (2006). *Universidad Nacional de Colombia*. Recuperado el 03 de 10 de 2017, de Google Académico: http://www.armell.com/docs/avg_v1.pdf

St-Martin, R. &. (2010). "Gestión del valor ganado del trabajo en curso.". (C. D. PMI, Ed.) *www.pmi.org/latam*, 1-5. Recuperado el 04 de 10 de 2017, de

<http://www.edpm.es/images/noticias/gestion-del-valor-ganado-del-trabajo-en-curso.pdf>

INDICADORES DEL IMPACTO SOCIAL DE LOS EGRESADOS DEL PROGRAMA DE ARQUITECTURA DE LA UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER ENTRE LOS AÑOS 2010-2015

Magdiel Daviana Tami Cortes

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Egresada-Auxiliar de investigación, Grupo de Investigación Target
Correo electrónico: daviana.tami@gmail.com

Luz Karime Coronel Ruiz

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Maestría Gestión Urbana, Especialización Gerencia Educativa, Especialización en Gerencia de proyectos, Maestría en curso Arquitectura Ciudad e identidad
Correo electrónico: luzkarimecr@ufps.edu.co

Resumen

Los estudios de seguimiento a egresados, constituyen una importante herramienta para las universidades interesadas en mejorar la calidad de sus programas, ya que gracias a su implementación se puede obtener información de primera mano de las necesidades del sector productivo, ingresos económicos de los graduados, tendencias en estudios de posgrado, y la percepción que se tiene de la institución educativa con el fin de formular políticas de mejoramiento en la formación de futuros profesionales. En el caso del programa de arquitectura, se desarrolló un proyecto de análisis del impacto social del egresado que permite complementar los datos existentes en bienestar universitario, permitiendo que el programa disponga de información referente a las áreas de interés como la actualización de datos personales, índice de ocupación laboral, apreciación del desempeño de sus docentes, correspondencia entre ocupación y ubicación profesional, relación de los egresados con la investigación, impacto de los egresados en el medio social y académico, reconocimientos obtenidos que se han derivado de su desempeño profesional. El proceso de investigación formuló un instrumento que contenía 55 preguntas, en las cuales se tuvieron en cuenta los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional para la acreditación, principalmente con aspectos académicos y la pertinencia del programa; a su vez se trazaron estrategias de socialización, organización de la base de datos y la implementación de un sistema de georreferenciación de proyectos, contenidos en una página web, profundizando además en temas como la caracterización de las áreas del sector productivo y laboral que tiene el profesional de Arquitectura. Los datos analizados dejaron en evidencia las fortalezas que se encuentran relacionadas al programa, identificando 7 áreas de interés para el egresado del programa de arquitectura de la universidad Francisco de Paula Santander y su impacto en el medio social, académico y profesional. Las debilidades que se encontraron están en las áreas de recursos físicos, informáticos o institucionales, abrieron la posibilidad de dinamizar los procesos que buscan contribuir con el fortalecimiento, determinar estrategias de posicionamiento de los graduados y mejorar en el campo académico y profesional.

Palabras claves: *Indicadores, Sistemas de Información, georreferenciación, Egresados, Acreditación en alta calidad.*

Introducción

Los estudios de percepción y seguimiento a los graduados ESE de los diferentes programas académicos, se han convertido en una herramienta imprescindible para las universidades interesadas en conocer de primera mano las necesidades del medio laboral en el que se desempeñan sus egresados con el fin de realizar los ajustes pertinentes que conlleven a mejorar la calidad de sus contenidos programáticos y el análisis del medio laboral por parte de las instituciones [1],

La importancia de realizar un estudio de seguimiento a los egresados del Programa de Arquitectura de La Universidad Francisco de Paula Santander radica principalmente en apoyar el proceso de acreditación del programa aportando información relevante que sirva como complemento al seguimiento del observatorio laboral e identificar la realidad de los egresados con respecto al mercado laboral, así como apoyar la gestión universitaria facilitando la identificación de las debilidades, oportunidades, fortalezas correspondientes a la correlación entre el ente universitario, el componente de los egresados, permitiendo simultáneamente reconocer la coherencia de la carrera a partir de las diferentes actividades, ejercicios e investigaciones desarrolladas por sus egresados.

En el caso del programa de arquitectura de la UFPS y sus 367 egresados en el periodo comprendido entre los años 2010 y 2015, se puede considerar que la eficacia del seguimiento radica en la metodología usada para la documentación de la información, la creación de herramientas a fines al proyecto donde las partes involucradas tienen acceso permanente a los resultados obtenidos de la investigación mediante la implementación de Tecnología de la Información y la Comunicación -TIC- [2] como la documentación de todo lo relacionado con el desempeño laboral, en un sistema de

georreferenciación, la implementación del directorio comercial disponibles en la página web producto de este proyecto y la creación de herramientas que facilitaran la difusión del programa, sus egresados evidenciando la calidad y el compromiso que han tenido los docentes del programa a la hora de impartir su conocimiento y sobretodo este proyecto buscaba facilitar los procesos de planeación, detección de nuevas exigencias formativas y la implementación de estrategias que garantizan la mejora continua de la oferta académica y la exploración de lo que ha sido su desempeño donde se garantice que los conocimientos adquiridos por los egresados del programa de Arquitectura son pertinentes a la realidad del contexto en el que se desarrollan, facilitando su ingreso al mercado laboral, gracias a un programa educativo que responde a las necesidades y requerimientos de la región desde su nuevo rol de profesional.

Proceso de implementación de estudios de egresados de arquitectura.

1. De acuerdo a los indicadores oficiales del Observatorio Laboral en el año 2001 se creó la red de oficinas de egresados denominadas “Enlace Profesional” conformada por 15 universidades de la región antioqueñas, posteriormente en el año 2005 un grupo de instituciones de la región centro participaron en un encuentro internacional de egresados en el cual se acordó ser parte de “red seis” Graduados Colombia (2013), que busca contribuir con el análisis de las diferentes acciones con respecto al tema Graduados Colombia (2016), en este mismo año es creado el Observatorio Laboral del Ministerio de Educación Nacional con el propósito de crear un instrumento que permitiera determinar la pertinencia de la educación teniendo en cuenta principales fortalezas de los programas, la ubicación laboral de sus egresados, sueldos iniciales y realizar el debido seguimiento a los 3 y a los 5 años [4].

Así mismo, En las cifras reportadas por un estudio aplicado por la Red GRADUA2 en noviembre del 2004 muestran que el 24 % de las universidades en Europa y el 32% en Latinoamérica aún no realizaban ningún tipo de seguimiento [5]. De allí, la importancia de conocer las competencias y aptitudes que harán parte del perfil de de los egresados en los programas de pregrado y posgrado, estableciendo una conexión directa con el desarrollo económico y sociocultural de la región a través de la generación de estudios coherentes que favorezcan y dinamicen el mercado laboral.

Para el 2017, el factor de empleo de los egresados de programa de pregrado es del 81,28%, mientras que las tecnologías y técnicas profesionales es del 73%, de acuerdo al reporte oficial del Ministerio de educación.

2. En el desarrollo de esta investigación se evidenciaron elementos muy similares en los estudios de seguimiento a graduados, en todas las instituciones de educación superior que se encuentran en proceso de acreditación de alta calidad, implementando estrategias en el interior de los planes de mejoramiento con el fin de fortalecer el vínculo entre las universidades y los graduados y facilitar los procesos de seguimiento. En cuanto al diseño de los estudios la gran mayoría de las universidades han buscado crear modelos propios que van más allá de lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional.

A partir del estudio hecho en los programas de arquitectura de las diferentes instituciones, los servicios más representativos se encuentran en el perfeccionamiento de la calidad académica y la educación continua, presencial y virtual, las fichas de registro, portal de empleo, trámites para egresados, redes, ferias laborales, noticias y eventos, seguimiento al

graduado y el uso especial de redes y medios de comunicación web.

Metodología Diseñada.

La población participante del estudio son los 367 egresados del programa de Arquitectura, Diseño y Urbanismo de la UFPS entre los años 2010 y 2015. Para el diseño del instrumento se tuvieron en cuenta los objetivos del estudio, los aspectos que se deberían evaluar, el manual de instrumentos y recomendaciones sobre el seguimiento de egresados, encuestas usadas tanto por la UFPS como por otras universidades que ya han obtenido la certificación de alta calidad en diferentes programas y los lineamientos del CNA para la acreditación de programas de pregrado [5].

En el diseño del instrumento se tuvieron en cuenta los diferentes criterios de evaluación divididos en 7 áreas de interés, compuestas por 43 preguntas cerradas y 12 preguntas abiertas para un total de 55 preguntas; con el propósito de realizar un completo análisis del impacto social del egresado del programa de arquitectura de la UFPS.

No se incluyeron preguntas que estuvieran relacionadas con dirección ni sueldo ya que se consideró que información sensible, además este tipo de preguntas se pueden encontrar en la encuesta de seguimiento a egresados que realiza el Observatorio Laboral para la educación OLE.

La socialización del proyecto y la aplicación del instrumento se hizo en (3) meses a partir del mes de julio del 2016, tomando el registro de egresados de la base oficial de UFPS, con un acercamiento entre la academia y los graduados del programa con el envío de la encuesta y la explicación de la importancia de la actividad, por medio de correos electrónicos y la creación de perfiles en redes sociales y profesionales sociales como linked in y google+ donde se implementaron productos que favorecían el

manejo de la información y la documentación de las actividades de Georreferenciación, para la ubicación del egresado del programa, el directorio comercial del egresado y la página web, como herramientas que permiten conocer su desempeño profesional y la generación de vínculos con el programa.

Resultados relevantes de la encuesta:

¿La Universidad le brindó los elementos necesarios para el ejercicio de su profesión o disciplina?

El análisis de este ítem nos indica que los graduados del programa de arquitectura diseño y urbanismo considera en un 76.5% se encuentran satisfechos con los elementos académicos brindados por la institución para el ejercicio de la profesión y responden a las necesidades locales, regionales, nacionales e internacionales, un 21.2% considera que la universidad no cumple plenamente con este objetivo.

¿El ambiente para su trabajo académico como estudiante fue el adecuado?

Es de resaltar que el 72% de los sujetos sometidos a estudio encontraron en la universidad Francisco de Paula Santander un ambiente óptimo para el buen desarrollo de sus actividades académicas durante su etapa estudiantil, lo cual es fundamental ya que los alumnos deben contar con las mejores condiciones posibles para el desarrollo de cada una de las actividades desarrolladas en el plantel educativo.

El análisis de este ítem nos indica que los graduados del programa de arquitectura diseño y urbanismo considera en un 76.5% se encuentran satisfechos con los elementos académicos brindados por la institución para el ejercicio de la profesión y responden a las necesidades locales, regionales, nacionales e internacionales, un 21.2% considera que la universidad no cumple plenamente con este

objetivo.

¿Como califica la calidad del programa de arquitectura de la UFPS?

El 93.9% considera que la calidad del programa de arquitectura se encuentra entre los rangos de aceptable a muy alto, resaltando que el 47.7 % de los sujetos sometidos a estudios afirmaron que la calidad del programa es alta.

¿La facultad le ha facilitado mecanismos o espacios que favorezcan cambios en el programa académico?

Con respecto a la pregunta se puede determinar que el 4.5% de los egresados que participaron en este estudio piensa que la facultad le ha facilitado mecanismos o espacios que favorezcan cambios en el programa académico frente a un 86.4% que afirma que esto no se cumple. Con el fin de fortalecer el programa se considera necesario incluir en el plan de mejoramiento la creación de espacios o mecanismos de participación y la implementación de nuevas estrategias que faciliten los cambios del programa académico.

¿Usted encontró espacios adecuados para la discusión y aporte de cambios curriculares en el programa de Arquitectura de la UFPS?

Los datos de la encuesta demuestran que en su gran mayoría los egresados (81.8%) han mostrado un gran interés a la hora de participar en congresos, ponencias o alguna de las actividades ofrecidas que sirven como complemento a los procesos de formación del Departamento de Arquitectura, Diseño y Urbanismo de la UFPS. Así mismo, este mismo porcentaje muestra no tener conocimiento con respecto al programa de egresados ofertado por la institución.

¿Considera que el programa ha establecido suficientes relaciones con el medio laboral en el cual podrían desempeñarse los

egresados?

El 74.2% considera que el programa no ha establecido suficientes relaciones con el medio laboral en el cual podrían desempeñarse los egresados, solo el 24.3% considera que esto si se cumple. Por lo tanto se hace necesario incluir en el plan de mejoramiento la implementación de nuevas estrategias que estrechen los vínculos entre el medio laboral y el programa de arquitectura, como la realización de convenios, la creación de espacios donde los empresarios puedan mostrar sus productos, realizar capacitaciones a los estudiantes o egresados y la difusión de elementos como la georreferenciación y el directorio comercial contenidos en la pagina web de egresados de arquitectura, propuestos en esta pasantía donde queda evidenciado los diferentes campos de acción y las capacidades de los graduados del programa.

Conclusiones

La difusión del programa de egresados es vital ya que permite fortalecer el vínculo entre los graduados y la universidad en pro del desarrollo institucional y el fortalecimiento académico.

El proceso de investigación, permitió obtener nuevos indicadores del factor egresados relacionados con la pertinencia del programa de arquitectura en cuanto a ubicación laboral, investigación recursos institucionales, reconocimientos y todo lo que permitiera validar el proceso formativo, ayudar a determinar cómo ha sido el impacto social del egresado teniendo en cuenta las diferentes experiencias profesionales en escenarios locales, nacionales e internacionales, a su vez servir de complemento a los resultados obtenidos del seguimiento realizado por el observatorio laboral.

De acuerdo a las fortalezas que registran

como resultado del estudio, se considera importante para el programa de arquitectura y la institución mantener la participación en aspectos relacionados al contacto con los egresados por medio de redes sociales y correos electrónicos, uso de metodologías que fomenten los hábitos de estudio, la incorporación de nuevas tendencias en el ámbito de la arquitectura, desarrollo de competencias-solución de problemas, elementos para el ejercicio de la profesión, actividades de desempeño relacionadas con el programa, asistencia a actividades propias del programa como congresos – ponencias, y el grado de satisfacción con la profesión.

Para la UFPS, las recomendaciones al programa de egresados, se centrarían en: Integrar los procesos de la institución y el factor de egresados, desarrollando un módulo que haga parte de todo el sistema actual de la universidad con el fin de garantizar el seguimiento y control de los graduados.

Fortalecer el trabajo operativo de la oficina, estableciendo los roles para los programas y la institución (para esto se deja una guía de identificación de roles).

Documentar los procesos de seguimiento a los graduados de los diferentes programas y registrar las experiencias más significativas como estrategias de fortalecimiento institucional para otros programas.

Referencias Bibliográficas

[1] Zúñiga, L. (2006). Desafíos de la evaluación educativa: consideraciones y propuestas en torno al caso de México, Documento de discusión tomo 3, IV Congreso Nacional de Educación, Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación. México: UNAM.

[2] La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (1998). "Conferencia mundial sobre

la educación superior en el siglo XXI: Visión y Acción”, en Disyuntiva Actual de la Educación Superior. México: UNAM – PRAXIS.

[3] Graduados Colombia. (2013). Sistema de Información que brinda herramientas para analizar la pertinencia de la educación a partir del seguimiento de sus egresados. <http://www.graduadoscolombia.edu.co/html/1732/article-143157.html>

[4] <http://www.itzitacuaro.edu.mx/residencias/archivos/1993.pdf>

[5] Ministerio de Educación. (2016). Manual De Instrumentos y Recomendaciones Sobre el Seguimiento de Egresados el 20 de julio de 2016. Bogotá: El Ministerio.

ESTADO DEL ARTE ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

Jeriserth Manrique

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas
Correo electrónico: nelcyjeriserthmj@ufps.edu.co

Ashley Gallo

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas
Correo electrónico: ashleymiyerethgs@ufps.edu.co

Henry De Jesús Gallardo Pérez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Doctor en Educación
Correo electrónico: henrygallardo@ufps.edu.co

Resumen

La investigación en Educación Matemática ha centrado sus esfuerzos en identificar las dificultades de los procesos de enseñanza y aprendizaje alrededor de los saberes matemáticos. Siendo el concepto de función uno de los saberes más importantes que vincula la educación básica media con la educación superior y que presenta mayor dificultad en su enseñanza y aprendizaje. Es en estos cursos de inicio de programa académico dónde se presenta el mayor porcentaje de pérdida, repitencia y deserción estudiantil. Se realiza Esta investigación de tipo documental se pretende construir el estado del arte de los estudios que se han realizado a partir del año 2000 y que se han centrado en el tema de funciones como referente teórico, visto desde las dificultades de enseñanza y de aprendizaje.

Palabras Claves: Educación matemática, Concepto de función, procesos de enseñanza y aprendizaje, deserción estudiantil

Introducción

La Educación Matemática es un área que se enfoca en los procesos de enseñanza y en las dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes. Siendo los saberes matemáticos complejos de enseñar para el docente, de la misma forma son complejos de aprender para el estudiante. Por este motivo se encuentra que un número considerable de estudiantes poseen saberes básicos y limitados con relación al concepto de referencia. Haciendo una revisión de los conceptos matemáticos de mayor importancia nos encontramos con el concepto de *función*, el cual es fundamental

para la matemática moderna y es un vínculo en la educación básica media y la educación superior. En varias investigaciones resaltan la importancia que tiene la enseñanza del concepto de función por parte del docente, haciendo énfasis en su práctica pedagógica pero principalmente en su limitación a procesos algebraicos. Según el trabajo realizado por Hitt (2003) los docentes se limitan a la manipulación algebraica del concepto y no le dan importancia a conectar las diferentes representaciones, siendo estas las que permiten la apropiación total del concepto. Generando de esta forma que los estudiantes adopten un método específico de solución en ejercicios

estandarizados. Como expresa Fabra y Deulofeu (2000) con este tipo de enseñanza la representación de funciones se deduce como el trazado de la gráfica dada una expresión algebraica, dejando a un lado el uso de diferentes lenguajes proporcionando un conjunto de técnicas de solución.

En este sentido al presentar los docentes problemas en su enseñanza, esto tiene como consecuencia que los estudiantes tengan problemas en el aprendizaje. De acuerdo con Cuesta, Deulofeu y Mendéz (2010) los estudiantes tienen la capacidad de recitar el concepto de función pero al momento de identificar si una gráfica es una función no logran hacerlo. Siendo lo anterior un problema de aprendizaje. Se puede concluir que el estudiante no tiene la capacidad de analizar y aplicar el concepto en diferentes situaciones propuestas. Deulofeu y Fabra en su trabajo *construcción de gráficos de funciones: "continuidad y prototipos"* afirma que:

En el currículum de Matemáticas de la educación secundaria, el estudio de las funciones ocupa un lugar importante en la instrucción, especialmente en la educación postobligatoria (16-18 años), donde se introducen los conceptos básicos para el desarrollo del cálculo y se trabaja entre otros aspectos, la representación gráfica de funciones. No obstante, en la mayoría de los casos no se plantean secuencias didácticas dirigidas a la elaboración paulatina de los numerosos conceptos relacionados con las funciones y al manejo simultáneo de los distintos lenguajes de representación de una función, sino que lo que generalmente se hace, es proporcionar al alumnado un conjunto de técnicas que permitan resolver ejercicios y problemas estandarizados, olvidando una realidad contextualizada (situaciones concretas), la importancia del modo y el momento de presentar lo que se enseña y las situaciones y otros aspectos que acompañan (la existencia y valoración del currículum oculto) al carácter global de

las experiencias matemáticas. Sin embargo, si se actúa además de modo que el trabajo que se realice y los métodos que se usen se adaptan y varían en función de las capacidades, las necesidades y la disposición del alumnado, evitaremos la creación de un cuerpo de conocimiento inamovible y sobrehumano, que contribuye a la desmotivación y a la insatisfacción que se siente hacia las Matemáticas.

Como bien explican los autores el estudio de las funciones es fundamental para el aprendizaje del Cálculo en la Educación Superior y una mala enseñanza del mismo da paso a la aparición de concepciones que luego se convertirán en obstáculos que desencadenan en dificultades de aprendizaje. Por consiguiente podemos evidenciar que en los primeros semestres de la educación superior que se enfoca en la enseñanza del cálculo I, se presentan dificultades de aprendizaje lo cual genera un gran índice de deserción, según un estudio realizado por el Ministerio de Educación Nacional (2016) señala que el 45,3% de los estudiantes desertan en la educación superior, los cuales presentan problemas en los primeros semestres cursados donde el concepto de función se hace primordial para el estudio del cálculo diferencial. Por este motivo se hace necesario hacer un estudio de las investigaciones que se han realizado en educación matemática acerca de las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor del concepto de función.

Metodología

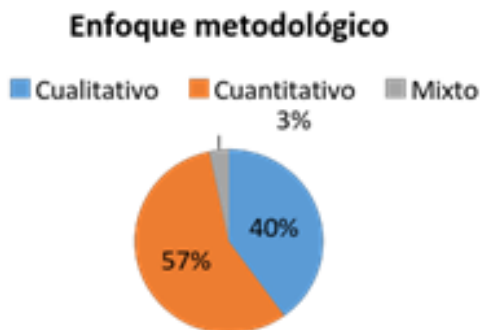
Este trabajo es una investigación documental donde se realiza la construcción del estado del arte alrededor del concepto de función. En un inicio se buscó cuarenta investigaciones haciendo uso de bases de datos como: Sciece Direct, Scopus, google académico y Gale, de igual manera en revistas educativas como Redalyc. De las cuarenta investigaciones seleccionadas se

tomaron como muestra treinta, debido que se seleccionaron aquellas que se hicieron entre los años 2000 y 2017. Seguidamente se hizo lectura de cada una de ellas para hacer la clasificación según los criterios seleccionados por los investigadores que son los siguientes: según el enfoque metodológico; según el tipo de escolaridad donde se ha realizado la investigación; según el proceso de enseñanza del concepto de función, según el proceso de aprendizaje del concepto de función y la importancia de la ejemplificación en el concepto de función. De los cuales se presenta un informe descriptivo tendiente a caracterizar las investigaciones realizadas.

Resultados

Para el análisis de las treinta investigaciones se tuvo en cuenta los siguientes criterios:

Criterio 1: Según el enfoque metodológico.



Enfoque Cuantitativo. De treinta investigaciones que componen el estudio, el 57% realizan su trabajo con un enfoque cuantitativo. Como es el caso de Fabra y Deulofeu (2000), López y Sosa (2008), Dolores y Valero (2004), Sánchez y Camacho (2013) Farfán y García (2005), Segul Y Senay (2013), Cuesta, Fernandez, Salinas (2005), Amaya, Pino, Medina (2016), Figueredo y Lorezo (2012), Crisologo y Guerrero (2004), Narvaiz (2012), Sanchez (2012), Vargas Nuñez (2011), Crisologo (2004) sus investigaciones se llevaron a cabo bajo este enfoque metodológico,

partiendo de una construcción del instrumento a aplicar para posteriormente obtener datos y hacer una clasificación. Dominguez (2007) en su trabajo *El análisis de información y las investigaciones cuantitativa y cualitativa* afirma que:

El producto de una investigación de corte cuantitativo será un informe en el que se muestre una serie de datos clasificados, sin ningún tipo de información adicional que le dé una explicación, más allá de la que en sí mismos conllevan. Viéndolo desde este punto de vista, se podría pensar que los estudios cuantitativos son arbitrarios y que no ayudan al análisis de los resultados más que lo que han mostrado por si solos. Esto no es tan así pues con un estudio de este tipo se muestra además las características de estos datos que han sido organizados.

En este orden de ideas en las investigaciones cuantitativas se recogen, procesan y analizan los datos que se obtienen al aplicar el instrumento seleccionado. Con los cuales se realiza el informe final dando resultados específicos, que en este caso se enfocaron las investigaciones analizadas para este trabajo en el concepto de función arrojando resultados donde se destacan concepciones en los estudiantes y profesores, además de problemas de análisis de las funciones presentadas entre otros.

Enfoque Cualitativo. En el análisis encontramos que el 40% de las treinta investigaciones se realizaron bajo un enfoque cualitativo. Donde fueron interesantes investigaciones como las de Hitt(2003), Abdullan (2010), Sureda y Otera (2013), Rodriguez, Alfaro, Espinoza, Rojas y Martinez (2016), Vanegas y Escalona (2010), Basurto (2013), Gonzales y Quintanilla (2011), Garulla y Gómez (2001), García y Azcarate (2006), Hitt (2003b), Prada, Hernandez y Ramirez (2017), Zodick, Zaslavsky (2008). Debido que en

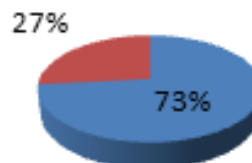
cada uno de sus estudios los resultados obtenidos aportaron en gran medida al problema del proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de función. Cada una de las investigaciones anteriormente mencionadas tomaron como instrumento la entrevista donde en algunas ocasiones se les pedía a los docentes presentar informes y luego explicar el porqué de los mismos, tal es el caso de Hitt (2003) el cual en su trabajo pide al docente elaborar una clase y a partir de su organización, realización y explicación determina si las variables o conjeturas propuestas inicialmente son verdaderas.

Enfoque Mixto. En las treinta investigaciones solo se encuentra una que equivale al 3% que tiene un enfoque mixto, es decir, trabaja desde el enfoque cuantitativo y cualitativo. El autor Llinares (2009) realiza su investigación aplicando una encuesta a docentes para determinar el conocimiento, creencias y el contexto alrededor del concepto de función. Donde al procesar cada uno de los datos y hacerles el respectivo análisis parte a aplicar un entrevista para conocer el porqué de cada respuesta, además de la entrevista el autor siente necesario pedir al docente un video de su clase para constatar que las respuestas estén acorde. Este tipo de investigaciones se pueden considerar más completas, debido que cuando se aplica la parte cuantitativa no solo se queda con una cantidad de datos numéricos que dan un resultado específico sino que se le hace un respectivo análisis a cada respuesta, de esta forma la investigación intenta hacer un estudio completo acerca del tema.

Criterio 2: Según el tipo de escolaridad donde se ha realizado la investigación

Escolaridad

■ E. básica media ■ E. superior



Las investigaciones que se escogieron para este trabajo tienen como objeto de estudio a docentes y estudiantes de educación básica media y educación superior.

Docentes y estudiantes de educación básica media. En el estudio realizado se encontró que el 73% de los trabajos toman como población a estudiantes y docentes de colegio. Investigaciones como Hitt (2000), Abdullan (2010), Sureda y Otera (2013), Rodriguez, Alfaro, Espinoza, Rojas y Martinez (2016), Basurto (2013), Gonzales y Quintanilla (2011), Garulla y Gómez (2001), Hitt (2003b), Zodick y Zaslavsky (2008), Fabra y Deulofeu (2000), López y Sosa (2008), Dolores y Valero (2004),) Farfán y García (2005), Segul Y Senay (2013), Búa, Fernandez y Salinas (2015),), Figueredo y Lorezo (2012), Crisologo y Guerrero (2004), Narvaiz (2012), Crisologo (2004), Dubinsky (2012) abordan el concepto de función desde la enseñanza y el aprendizaje, mostrando las dificultades que se presentan en el momento de enseñar, por las diferentes concepciones que tiene el docente que posteriormente serán transmitidas a los estudiantes.

Además en las investigaciones se hace énfasis en que los docentes definen el concepto de función solo como un proceso algebraico, preparando al estudiante para resolver cierto ejercicio sin ningún tipo de análisis. Teniendo como consecuencia un mal curso de precálculo que afectará al estudiante cuando inicie su educación

superior provocando en el mayor de los casos la deserción académica.

Docente y estudiantes de educación superior. El 27% de las investigaciones trabajan con una población que integra profesores y estudiantes de universidad. Autores como Vanegas y Escalona (2010), Garcia y Azcarate (2006), Prada, Hernández y Ramírez (2017), Sánchez y Camacho (2013), Cuesta, Deulofeu y Mendez (2010), Amaya, Pino, Medina (2016), Sanchez (2012), Llinares (2009) en sus investigaciones toman como población a estudiantes que están cursando sus primeros semestres de universidad, debido que es en ese tiempo donde más deserción académica se presenta y según los estudios de Prada, Hernandez y Ramirez (2017) y Cuesta, Deulofeu y Mendez (2010) los estudiantes salen del colegio sin la apropiación del concepto de función el cual es fundamental para el cálculo diferencial, generando de este modo la deserción. Es por este motivo que se hace una búsqueda de investigaciones que aborden el problema de enseñanza y aprendizaje del concepto de función, para conocer la problemática a través del tiempo.

Criterio 3: Proceso de enseñanza del concepto de función

Los artículos de este criterio se enfocan en estudiar al docente en su práctica pedagógica. Autores como Hitt (2000), Dolores y Valero (2004), Sánchez y Camacho (2013), Sureda y Otero (2013), Amaya, Pino y Medina (2016), Crisologo y Guerrero (2012), Rodriguez, Alfaro, Espinoza, Rojas y Martinez (2016), Carulla y Gómez (2001), Llinares (2009), Garcia y Azcarate (2006), Fabra y Deulofeu (2000), Farfan y Garcia (2005), Hitt (2003b), en sus trabajos hacen énfasis en la delimitación del concepto por parte del docente, el cual enseña el concepto de función como la manipulación algebraica de ecuaciones a partir de un método específico de solución y

ejercicios estandarizados. Además del objeto de estudio estas investigaciones hacen una crítica a la metodología usada por parte del docente para enseñar este concepto de gran importancia, afirmando que la educación tradicional donde los estudiantes solo repiten el concepto sin ninguna clase de entendimiento ya no funciona, de nada sirve que el estudiante pueda recitar un concepto de memoria si no sabe identificarlo cuando se lo presentan en diferentes situaciones.

Criterio 4: Proceso de aprendizaje del concepto de función

En este criterio los documentos se enfocan en el estudio del proceso de aprendizaje de los estudiantes. Haciendo un estudio profundo de las investigaciones realizadas por López y Sosa (2008), Sengul (2013), Dubinsky y Robin (2012), Cuesta, Deulofeu y Mendez (2010), Sureda y Otero (2013), Búa, Fernandez y Salinas (2015), Basurto (2013), Narvaiz (2012), Gonzales y Quintanilla (2011), Sanchez (2012), Dolores y Valero (2004), Farfan y Garcia (2005), Vanegas y Escalona (2010), Dolores (2004), se puede deducir que uno de los principales hallazgos que obtuvieron estas investigaciones fue la dificultad que tienen los estudiantes al analizar problemas y aplicar el concepto de función, debido que está acostumbrado como lo afirma Fabra y Deulofeu (2000) a recibir una expresión algebraica para posteriormente trazar la gráfica que le corresponde. Lo que lleva a limitar el concepto a procesos algebraicos que propician la falta de comprensión e interpretación de funciones. Debido a lo anterior mencionado los autores llegan a la conclusión que los estudiantes no tienen la apropiación del concepto, dando como justificación los inconvenientes que se presentan al querer articular diferentes registros de representación.

Para Hitt (2000), Fabra y Deulofeu (2000), que un estudiante logre realizar

articulaciones coherentes entre los diferentes registros es señal de que se tiene total apropiación del concepto, puesto que el estudiante tiene la capacidad de transformar un problema expresado en cualquier registro a otro. Sin embargo en la educación básica media los estudiantes solo adquieren un método de solución, propiciando como lo afirma López y Sosa (2008) el manejo arbitrario con funciones como si fueran ecuaciones.

Criterio 5: Importancia de la ejemplificación en el concepto de función

En este criterio se resalta la necesidad de contextualizar los conceptos, debido que el estudiante le toma sentido cuando sabe su utilidad. Siendo la investigación de Figueredo y Lorenzo (2012), Vargas (2011), Búa, Fernandez, Salinas (2015), Sengul y Senay (2013), se destaca que en su estudio además de priorizar la importancia del uso de ejemplos en la enseñanza del cálculo, también se enfoca en los ejemplos incoherentes que en ocasiones los docentes llevan al aula de clase, los cuales pueden identificar aspectos del conocimiento del docente. Por este motivo se le recomienda que en el momento de hacer la elección de ejemplos para trabajar en la clase, se escojan los mejores y coherentes con la realidad.

Conclusiones

Del análisis presentado en el trabajo es imprescindible resaltar la necesidad que se tiene que los docentes en su proceso de enseñanza no minimicen o den sin importancia la articulación entre diferentes registros de representación. Debido que en las investigaciones se prioriza que el estudiante aprenda a ir de un registro a otro de forma coherente y de esta manera se apropie con totalidad del concepto. Al tener un conjunto de investigaciones que van desde el 2000 hasta la fecha vigente se hace un panorama más cercano de lo que está

sucedido con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función, notando como desemboca y genera consecuencias llegando a la deserción estudiantil a nivel de educación superior, debido que este concepto es de gran importancia no se puede seguir enseñando igual. Donde al estudiante se le da a conocer una expresión algebraica para que el construya la gráfica a partir de una tabulación y al final no tenga la capacidad de interpretar lo que hizo porque simplemente se dedicó a seguir un método determinado para la solución de un ejercicio estandarizado. Siendo el docente el que propone los ejercicios para solucionar en las investigaciones enfatizan el uso de ejemplos contextualizados para lograr entender el concepto, pero haciendo la aclaración que estos deben ser ejemplos coherente con la realidad y además el docente para hacer la selección debe ser muy cuidadoso, porque por medio de ellos se puede identificar aspectos del conocimiento del docente. En este orden de ideas en el estudio hecho a cada uno de las investigaciones seleccionadas se evidencia los problemas que presenta la educación en los procesos de enseñanza y aprendizaje debido a la complejidad del concepto, metodología implementada por el docente, limitación a procesos algebraicos, entre otros que causan que se altere la tasa de deserción estudiantil en los primeros semestres de los programas académicos.

Referencias Bibliográficas

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. In *XI Meeting of Middle-Higher Level Mathematics Teachers, Michoacan University San Nicolás de Hidalgo, Morelia (Mexico)*.

Fabra Lasalvia, M., & Deulofeu Piquet, J. (2000). Construcción de gráficos de funciones: Continuidad y prototipos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(2).

López, J., & Sosa, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato.

Dolores, C., & Valero, M. D. S. (2004). Estabilidad y cambio de concepciones alternativas acerca del análisis de funciones en situación escolar.

Sánchez, B. I. (2013). *El concepto de función matemática entre los docentes a través de representaciones sociales* (Doctoral dissertation).

Farfán, R., & García, M. A. (2005). El concepto de función: Un breve recorrido epistemológico.

Sengul, S., & Senay, S. C. (2014). Assessment of Concept Maps Generated by Undergraduate Students about the Function Concept. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 729-733.

Abdullah, S. A. S. (2010). Comprehending the concept of functions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 281-287.

Dubinsky, E., & Wilson, R. T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(1), 83-101.

Cuesta Borges, A., Deulofeu Piquet, J., & Méndez Salazar, M. A. (2010). Análisis del proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo de una función en estudiantes de economía. *Educación matemática*, 22(3), 5-21.

Sureda, P., & Otero, M. R. (2013). Estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial. *Educación matemática*, 25(2), 89-118.

Búa Ares, J. B., Fernández Blanco, T., & Salinas Portugal, M. (2015). Una modelización matemática como medio de detección de obstáculos y dificultades de los alumnos sobre el concepto de función: alargamiento de un muelle sometido a un peso. *Educación matemática*, 27(1), 91-122.

Amaya De Armas, T. R., Pino-Fan, L. R., & Medina Rivilla, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una

función. *Educación matemática*, 28(3), 111-144.

Figueiredo, C. A., Contreras, L. C., & Blanco, L. J. (2012). La ejemplificación del concepto de función: diferencias entre profesores noveles y profesores expertos. *Educación matemática*, 24(1), 73-105.

Flores, C. D. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 195-218.

Rodríguez-Flores, A., Picado-Alfaro, M., Espinoza-González, J., Rojas-González, N., & Flores-Martínez, P. (2016). Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar los conceptos básicos de funciones: un estudio de caso. *Uniciencia*, 30(1), 1-16.

Vanegas, D., & Escalona, M. (2010). Representaciones de funciones matemáticas de una variable. *Omnia*, 16(3).

Basurto, E. (2013). Uso de tecnología digital en la comprensión de parámetros en funciones polinomiales.

Ancho Narváiz, G. (2012). Resolución de problemas e interpretación de sus gráficas de funciones polinómicas por estudiantes de 4º ESO.

Sánchez, E., Cantú, A., & Domínguez, A. (s.f.). *Concepciones de los estudiantes sobre dominio y rango de una función*.

Sánchez, G., & Alberto, C. (2012). *Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín).

Vargas Núñez, M. E. *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).

Gómez, P., & Carulla, C. (2001). Enseñanza constructivista, conocimiento didáctico del profesor y análisis didáctico en matemáticas. El caso de la función cuadrática.

Linares, S. (2009). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. *Colección Digital Eudoxus*, (15).

García, L., Azcárate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 85-116.

Gómez, P., & Carulla, C. (1998). Concepciones de los estudiantes sobre el dominio de la función cúbica.

Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Edición Especial: Educación Matemática*, 213.

Zodik, I., & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 165-182.

Oviedo, L. M. M. Las Funciones... un Obstáculo para Nuestros Alumnos. *Aula Universitaria*, 1(7), 89-97.

González, M. T., & Martín, E. (2004). Dificultades y concepciones de los alumnos de educación secundaria sobre la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas. In *Comunicaciones del XVI Simposio Iberoamericano de enseñanza Matemática*. Recuperado de http://www.iberomat.es/carpeta/comunicaciones/77_teresa_gonzalez_2.doc.

Sarduy Domínguez, Yanetsys. (2007). El análisis de información y las investigaciones cuantitativa y cualitativa. *Revista Cubana de Salud Pública*, 33(3) Recuperado en 29 de octubre de 2017, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_artt

ext&pid=S0864-
34662007000300020&Ing=es&tIng=es

ESTADO DEL ARTE SOBRE EL CONCEPTO DE LÍMITE

Jhoana Alexandra Trujillo Castro

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas
Correo electrónico: jhoanaalexandratc@ufps.edu.co

Charen Lisset Vera Gutierrez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas
Correo electrónico: charenlissetvg@ufps.edu.co

Raúl Prada Núñez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Educación Matemática
Correo electrónico: raulprada@ufps.edu.co

Resumen

El cálculo diferencial es una de las asignaturas de matemáticas con un nivel de dificultad muy alto, puesto que, implica procesos mentales superiores y hace parte del análisis matemático; todo esto parece confirmarse en su objeto de estudio que consiste en saber cómo cambian las funciones cuando sus variables cambian. Además de lo descrito, abordar este tema requiere el dominio de los pre-saberes que le anteceden, siendo uno de ellos el concepto del límite, he aquí la importancia de estudiar en profundidad este tema; si los estudiantes no formalizan su saber cognitivo, difícilmente van a comprender los temas que le siguen, tales como continuidad, derivada e integral. En la actualidad existe una gran cantidad de elementos valorados en diferentes investigaciones como causante de la complejidad del límite, dichos elementos han sido hallados, descritos, caracterizados y evolucionado en pro del mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje, sin embargo, en la mayoría de las ocasiones, estos documentos no son tomados en cuenta por los docentes encargados del mejoramiento continuo de la educación. En consecuencia esta investigación de tipo documental, se enfoca en la descripción de los estudios realizados alrededor del tema de los límites, es decir se trata de una compilación de información sobre el estado y los avances que el concepto ha tenido en un periodo de tiempo comprendido entre el 2000-2017. Para el desarrollo de la investigación se tuvo en cuenta diferentes bases de datos, de los cuales se eligieron los documentos relacionados con el concepto del límite y en segunda instancia se analizan para formular sugerencias sobre la orientación pedagógica de las investigaciones.

Palabras claves: matemáticas, enseñanza, aprendizaje, límites.

Introducción

Las matemáticas, es una ciencia basada en el estudio de los números y sus relaciones formales, que a diferencia de las demás ciencias empíricas tales como:

naturales y sociales; resulta ser la más compleja en procesos de enseñanza y aprendizaje, se afirma esta realidad, porque existen muchas maneras de abordar dichos conceptos, lo cual provoca dificultades que son producto de errores epistemológicos

presentes en el transcurso de periodos históricos. Además, la comprensión de esta ciencia supone la capacidad de desarrollar procesos mentales superiores, tales como: comprender, analizar, justificar, argumentar y crear secuencias de ejercicios estructurados, con el objetivo de dar solución a problemas de diferentes ciencias y contextos.

La enseñanza de las matemáticas es otra de las razones por las que se puede decir que es la ciencia más complejas de aprender y comprender, suena ilógico pero es cierto, esto resulta de cuestionar sobre las metodologías que los docentes de matemáticas constantemente aplican en el momento de explicar esta asignatura; primero hacen ver sus contenidos como una verdad exacta que supone el desarrollo de una asimilación matemática en vez de un pensamiento matemático, “la mayoría de los estudiantes piensan que la manera más segura para tratar satisfactoriamente con este dominio no es tratar de comprender, sino sólo funcionar mecánicamente” Artigue (2001). Además inducen a la memorización de diversos ejemplos, procesos técnicos y ejercicios algebraicos, que se olvidan fácilmente y se oponen al aprendizaje significativo, ya que los estudiantes se ven limitados en el momento de integrar los conocimientos y aplicarlos en diferentes contextos.

En contraste con lo dicho en el apartado anterior, las metodologías de enseñanza durante el quehacer pedagógico, debe asegurar el aprendizaje significativo de los estudiantes, teniendo en cuenta aspectos fundamentales como los pre-saberes de los discentes, las nociones que se tienen sobre el tema, los procesos que se deben llevar a cabo para articular esos pre-saberes al nuevo conocimiento y así evitar errores cognitivos, las diferentes representaciones en la que se muestra un concepto, y las diversas interpretaciones que tiene un tema

dependiendo el contexto en el que se relaciona.

Las investigaciones sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje del cálculo para mejorar el rendimiento académico y las didácticas implementadas por los docentes, tanto en el nivel medio superior (bachillerato) como a nivel superior (universidad) incrementan a través del tiempo. Algunas de estas son Radillo & González (2014), Vrancken, Gregorini, Engler, Müller, & Hecklein (2006), Buendía & Molfino (2010) y Irazoqui & Medina (2013) que se esfuerzan por elaborar un paradigma que facilite la comprensión de este tema.

La mayoría de las investigaciones coinciden en que una de las causas, por el cual resulta difícil la comprensión del cálculo diferencial radica en su pre-saber más importante que es el concepto de límite, los estudiantes inician el estudio del cálculo sin comprender cabalmente los límites, la falta de formalización del concepto se expone en diferentes razones:

Primero, la mayoría de los docentes, no tiene en cuenta las diferentes representaciones, en las que se puede mostrar el límite de una función, que se puede visualizar a partir de (graficas, tablas de datos, cálculos algorítmicos) según Duval (1993).

Segundo, la dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto se debe a las diferentes concepciones históricas que han surgido a través del tiempo, las concepciones erróneas son el resultado de obstáculos epistemológicos presentes en cada época, y que la comunidad científica ha intentado resolver. (Brousseau,1983)

Tercero, El conocimiento pedagógico del contenido (CPC) del concepto , Shulman (1986) enfatiza que para enseñar no basta con saber contenidos y tener un saber pedagógico general, sino que el docente

debe tener un conocimiento pedagógico específico acerca de dicho contenido, con el objetivo de disminuir las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Metodología

La presente investigación, tiene como objetivo general describir los enfoques teóricos, disciplinares, tendencias y perspectivas metodológicas dadas al concepto de *límite*, en un periodo comprendido entre el año 2000-2017. Para llevar a cabo el desarrollo de esta investigación en primer lugar se buscaron estudios en diferentes bases de datos (Dialnet, Google Académico, SciELO, REDALYC, SOAREM, ScienceDirect, TESEO, RACO y RUA), esto es: secciones de libros, revistas científicas y tesis que nos aportaran información válida acerca del límite; seguidamente se realizó una síntesis de la información de cada documento, donde se resaltaban datos como: fuente bibliográfica, año en que fue publicado, autor del texto, título del documento, objetivo general, referente teórico, características metodológicas y principales resultados de cada uno de ellos; posteriormente se determinó unas categorías específicas para los 30 artículos que se tomaron como objeto de estudio, con el fin de analizar e interpretar los objetivos que han perseguido las diversas comunidades científicas. Las categorías evaluadas fueron:

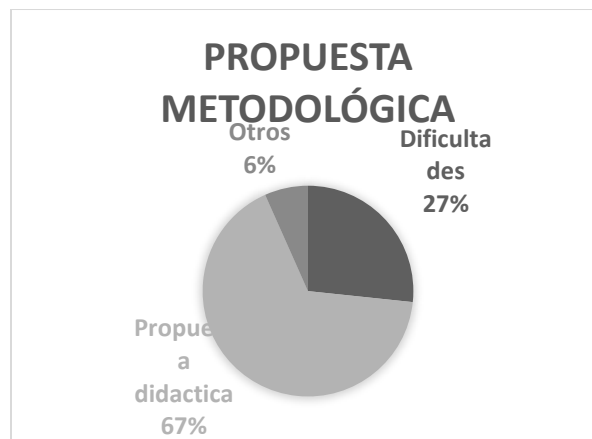
1. Según la propuesta metodológica, que a su vez se dividió en tres subcategorías:
 - a. La identificación de dificultades que presentan los estudiantes o docentes en la formalización del concepto de límite.
 - b. Propuesta didáctica, que busca dar solución o minimizar los errores presentes en el concepto.
 - c. La tercera subcategoría denominada como otros, hace referencia a investigaciones documentales.

2. Según el tipo de enfoque metodológico, aplicada en cada una de las investigaciones, se tomaron en cuenta las siguientes, subcategorías: cuantitativo, cualitativo y mixta.

3. Según la población objeto de estudio, se establecieron dos categorías: estudiantes y docentes. Además se anexo una tercera subcategoría, nombrada como otros, que aborda las investigaciones, cuyo objeto de estudio eran concepciones históricas del concepto.

Resultados

a) Propuesta Metodológica



Al realizar la sistematización de las investigaciones, se consideró como criterio de clasificación la identificación de las dificultades que presentan los estudiantes o docentes alrededor del concepto de límite y la aplicación de una propuesta didáctica con el objetivo de dar solución a estas dificultades.

Se identificaron varios marcos referenciales dentro de los que se destacan, el trabajo de Duval, Shulman, Thompson, Weierstrass y Blázquez. En el caso de Duval bajo la teoría de las representaciones semióticas, se desarrollaron investigaciones tales como: Páez (2005), Valls, Pons & Linares, (2011)

y Morales, Reyes & Hernández (2013). En la investigación de Medina (2001) se tuvo en cuenta el marco referencial de Shulman que hace énfasis en el conocimiento pedagógico que debe tener el docente, como herramienta que le permite comprender los objetivos generales y específicos sobre el contenido de la materia o disciplina. En el caso de Thompson, con respecto a la concepción sobre las estructuras mentales (significado, regla, imagen mental, preferencia, consciencia o inconsciente) de carácter general que tienen los estudiantes en base a un concepto, se orientó la investigación de Sierra, González & López (2000). Por último la investigación de Blázquez, Ortega, Gatica & Benegas (2006), hace alusión al marco referencial de Weierstrass en la conceptualización métrica de límite y Blázquez sobre la conceptualización como aproximación óptima de límite. Estas investigaciones identificaron las dificultades que presentan los estudiantes o docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

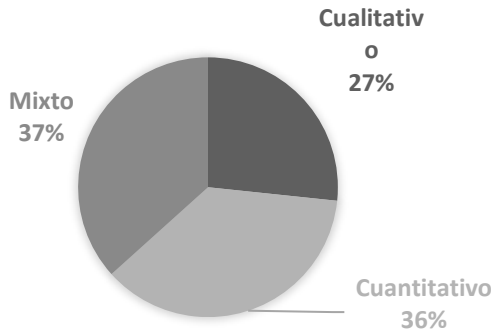
También se encontraron marcos referenciales dentro de los que se destacan, los trabajos de Brousseau, Sierpinski y Von Glasersfeld. En el caso de Brousseau bajo la teoría de las situaciones didácticas, la cual hace referencia a la hipótesis de que los conocimientos no se construyen de manera espontánea sino que necesitan una construcción colaborativa (comunidad educativa) y el aprendizaje de los estudiantes depende de dicha interacción, se desarrollaron investigaciones tales como: Aquere, y otros (2009), Barrantes & Mora (2013) y Espinoza & Azcárate (2000). En las investigaciones de Blázquez & Ortega (2001), Vrancken, Gregorini, Engler, Müller & Hecklein (2006) y Engler y otros (2008) se identificó un marco referencial que hace alusión al modelo de comprensión Sierpinski. En el caso de la investigación de Fernández, Ruíz & Rico (2015) se tuvo en cuenta el marco referencial sobre los dos puntos de vista de Von Glasersfeld para

prescribir la pertinencia de la noción de concepción: el primero de ellos desde el punto de vista del estudiante, como la descripción interna e individual del concepto y desde el punto de vista del investigador, la concepción del estudiante se define como el conjunto de respuestas (verbal, gráfico, simbólico, gestual, entre otros). Por último, en la de investigación de (Contreras de la Fuente, García Armenteros & Font Moll, (2012) se utilizó el marco referencial sobre el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. En estas investigaciones se trabajó un marco referencial para identificar las dificultades de los estudiantes en la conceptualización del límite y proponer una secuencia didáctica que permite mejorar la enseñanza y aprendizaje.

La grafica sobre propuesta metodológica nos muestra que el 6% de las investigaciones abordaron la conceptualización e historia del límite, el 27% identificaron las dificultades que presentan los estudiantes o docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje y el 67% además de identificar dificultades, aplicaron una propuesta didáctica con el objetivo de disminuir los errores que se presentan en la comprensión del concepto de límite.

b) De acuerdo a su Enfoque Metodológico

ENFOQUE METODOLÓGICO

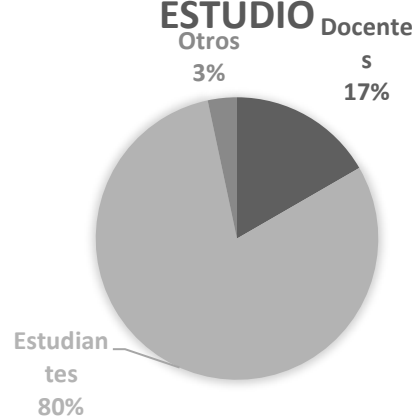


Se realizó una clasificación, teniendo en cuenta el enfoque metodológico (cualitativo, cuantitativo y mixto), en base al criterio aplicado a las investigaciones se obtuvo que Irazoqui & Medina (2013), Morales, Reyes & Hernández (2013), Morales, Reyes, & Hernández (2013), García, Chew, & González (2007) y Sierra, González & López (2000) utilizaron un enfoque cualitativo y aplicaron entrevistas como técnica de recolección de información. Las investigaciones de Engler, y otros (2008), Valls, Pons, & Llinares (2011) Fernández, Ruíz & Rico (2015), Barrantes & Mora (2013), Dal y otros (2008), Mira, Valls, & Llinares (2013) y Bustos (2013) aplicaron test, cuestionarios e ítems con un enfoque metodológico a nivel cuantitativo. También se hallaron investigaciones, tales como : Casuso (2000), mormez & Basturk (2010), Aquere y otros (2009), Torroba, Reid, & Etcheverry (2006) y Engler, Vrancken, Hecklein, Müller & Gregorini (2007) con un enfoque mixto (cualitativo y cuantitativo) que incluía: pruebas diagnósticas ,videos, observaciones de campo, evaluaciones ,cuestionario, análisis de textos, apuntes del profesor y entrevistas, estas técnicas e instrumentos se emplearon con el objetivo de recolectar información y hacerles un análisis a nivel cualitativo y cuantitativo.

En la gráfica de diagrama circular se observa que el enfoque a nivel cualitativo tuvo un porcentaje de 27 % a diferencia del enfoque a nivel cuantitativo y mixto que obtuvieron un porcentaje de 36 % y 37 % respectivamente.

c) *En función de la población objeto de estudio*

POBLACIÓN OBJETO DE ESTUDIO



En las investigaciones de Blázquez , Ortega , Gatic & Benegas (2006), Torroba, Reid, & Etcheverry, (2006) y Radillo & González (2014) participaron estudiantes de educación superior, a nivel de pregrado que cursaban carreras de: licenciatura en matemáticas, física, economía, estadística e ingeniera; de la misma manera Aquere, y otros (2009), Engler, Vrancken, Hecklein, Müller, & Gregorini (2007), Engler, y otros (2008) trabajaron con estudiantes que hacían parte de la facultad de ciencias agrarias. A diferencia de las investigaciones Morales, Reyes, & Hernández (2013), Blázquez & Ortega (2000), Casuso (2000), Palomino (2012) y Blázquez, Ortega, Gatica & Benegas (2006) tuvieron en cuenta a estudiantes de bachillerato de entre 15 y 17 años de edad.

Se destacan las investigaciones de Espinoza & Azcárate (2000), Páez (2005), Irazoqui & Medina (2013) y Donmez &

Basturk (2010) en las que se trabajó con docentes de bachillerato, educación superior a nivel de pregrado y posgrado como población objeto de estudio. Por último encontramos la investigación Medina (2001) que no tuvo población objeto de estudio sino que hizo un estudio sobre los obstáculos epistemológicos.

En la gráfica de diagrama circular se observa que las poblaciones objeto de estudio (estudiantes, docentes y otros) obtuvieron un porcentaje de 80%, 17% y 3% respectivamente.

Conclusión

Finalizada la descripción de resultados, podemos decir que la mayoría de las investigaciones referentes al tema de límites tiene en cuenta la aplicación de secuencias didácticas en base a diferentes teorías como la de Duval (teoría de representaciones semióticas), Brousseau (teoría de los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemática), Sierpinski (teoría de los actos de comprensión), además, (la concepción de estructura mental) de Thompson, (la conceptualización métrica de límite) de Weierstrass y (la conceptualización como aproximación óptima de límite) de Blázquez; sin embargo, en el momento de abordar el tema lo hacen desde una perspectiva abstracta, es decir desde la presentación del contenido de manera algebraica y gráfica, y no su aplicación en el contexto. Por tal motivo, se sugiere que en las futuras investigaciones se enfoquen más en el carácter significativo del tema, ya que este factor incide en la formalización del concepto y en la actitud de disposición e interés del estudiante por aprender el tema.

De acuerdo con el criterio de enfoque metodológico, se observó que predomina la investigación cuantitativa y mixta sobre el nivel cualitativo; aunque se destaca el esfuerzo dedicado por la comunidad de

investigadores por lograr la asimilación del tema al utilizar diversas herramientas en las que se puede comunicar el tema, también es importante que los docentes conozcan a nivel cualitativo las aproximaciones que los estudiantes tienen sobre los conceptos, en relación con las diferentes ámbitos en lo que se aplica.

De acuerdo con los resultados, se observó que en la mayoría de las investigaciones predomina la comunidad de estudiantes a nivel universitario, como objeto de estudio, en comparación con los estudiantes de bachillerato. En cuanto a esta situación se sugiere realizar un mayor énfasis en investigación a nivel de preparatoria, con el objetivo de abordar adecuadamente el concepto y disminuir los errores epistemológicos en los discentes que inician sus estudios universitarios. Además, también se mostró, que las investigaciones se inclinan más por los estudiantes que por los docentes, es decir, se enfocan más en el aprendizaje que en la enseñanza, este hecho nos permite sugerir un equilibrio en estos dos aspectos ya que van de la mano.

Referencias Bibliográficas

Aquere, S., Engler, A., Vrancken, S., Müller, D., Hecklein, M., Gregorini, M. I., & Henzenn, N. (2009). Una propuesta didáctica para la enseñanza de límite. Premisa, 14-24.

Artigue, M. (2001). What can we learn from educational research at the university level? En D. Holton, The Teaching and Learning of Mathematics at University Level (págs. 207-220). Kluwer Academic Publishers.

B, M., & Casuso, F. (2000). Perfeccionamiento de La enseñanza-aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático. Latinoamericana de investigación en matemática educativa, 171-188.

Barrantes Gutiérrez, J., & Mora Soto, A. (2013). Propuesta Didáctica de la enseñanza de Límites.

Blázquez, S., Ortega, T., Gatica, S., & Benegas, J. (2006). Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial de análisis matemático en la universidad latinoamericana de investigación en matemática educativa, 189-209.

Blázquez, S., & Ortega, T. (2000). El concepto de límite en la educación secundaria. En En El futuro del cálculo infinitesimal (págs. 1-13). Iberoamericana.

Blázquez, S., & Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. Latinoamericana de investigación en matemática educativa, 219-236.

Blázquez, S., & Ortega, T. (2001). Rupturas en la comprensión del concepto de límite. Ediciones Universidad de Salamanca, 119-135.

Blázquez, S., Gatica, S. N., & Ortega, T. (2008). Concepto de límite funcional: Aprendizaje y memoria. Contextos Educativos, 7-21.

Brousseau. (1983). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. En Recherches en didactique des mathématiques (págs. 165-198). México : Cinvestav.

Buendía Abalos, G., & Molfino Vigo, V. (2010). El límite de funciones en la escuela: un análisis de su institucionalización. Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 27-41.

Bustos, I (2013). Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso de Geogebra (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia sede de Manizales.

Contreras de la Fuente, Á., & García Armenteros, M. (2011). Significados pretendidos y personales. Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 277-310.

Contreras de la Fuente, Á., García Armenteros, M., & Font Moll, V. (2012). Análisis de un Proceso de Estudio sobre la

enseñanza del límite de una función. BOLEMA, 667-690.

Dal Blanco, N., Botta Gioda, R., Castro, N., Yi Lee, M., Martínez, S., Pia Salvadori, A., & Prieto, F. (2008). Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza del concepto de límite. Memorias, 315-322.

Donmez, G., & Basturk, S. (2010). Pre-service mathematical teachers' knowledge of different teaching methods of the limit and continuity concept. ELSEVIER, 462-465.

Duval. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. En annales de Didactique et de sciences cognitives (págs. 37-56). IREM.

Engler, A., Gregorini, M. I., Vrancken, S., Müller, D., Hecklein, M., & Henzenn, N. (2008). El Límite Infinito: Una Situación Didáctica. Premisa, 11-21.

Engler, Vrancken, Hecklein, Müller, & Gregorini. (2007). Análisis de una propuesta didáctica para la enseñanza de límite finito de variable finita. Iberoamericana de educación matemática, 113-132.

Espinoza, L., & Azcárate, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto de <<Límite de función>>: Una propuesta metodológica para el análisis. Enseñanza de las ciencias, 355-368.

Fernandez, J. A., Ruíz, J. F., & Rico, L. (2015). Razonamientos basados en el concepto del límite finito de una función en un punto. Enseñanza de las Ciencias, 211-229.

García, F., Chew, H., & González. (2007). Problemas de aprendizaje del concepto de límite en el contexto de la Cultura Científica y Tecnología, 26-36.

Iraoqui Becerra, E., & Medina Rivilla, A. (2013). Estudio preliminar de aproximación al concepto de límite de una función. Theoria, 21-31.

Medina, A. C. (2001). Concepciones históricas asociadas al concepto de límite e implicaciones didácticas. Tecné, Episteme y Didaxis.

Mira López, M., Valls González, J., & Linares, S. (2013). Un experimento de enseñanza sobre el límite de una función. *Iberoamericana de educación Matemática*, 89-107.

Morales Carballo, A., Reyes García, L. E., & Hernández Gómez, J. C. (2013). El límite al infinito. *Análisis preliminar para la elaboración de una estrategia metodológica de su enseñanza-aprendizaje*. *Premisa*.

Páez Murillo, R. E. (2005). Construcción del concepto de límite: un estudio de caso. *Respuestas*, 42-50.

Palomino, W. A. (2012). Impacto de herramientas Moodle en el aprendizaje de límites de funciones. *Virtual Universidad Católica del Norte*, 75-103.

Radillo Enríquez, M., & González Rendón, L. (2014). Enseñanza del concepto de límite de una función mediante sus diversas representaciones semióticas, a nivel licenciatura. En *Propuestas para la enseñanza de las matemáticas* (págs. 853-861). Mexico: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Salinas, P., & Alanís, J. A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo. *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 355-382.

Shulman, L. (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. American Educational Research Association, 4-14.

Sierra Vázquez, M., González Astudillo, M. T., & López Esteban, C. (2000). Concepciones de los alumnos de bachillerato y curso de orientación universitaria sobre límite funcional y continuidad. *Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 71-86.

Torroba, E., Reid, M., & Etcheverry, N. (2006). Enseñanza-Aprendizaje del concepto de límite de funciones con el uso de Tic's. *Memorias*, 160-168.

Valls, J., Pons, J., & Linares, S. (2011). Coordinación de los procesos de aproximación en la comprensión del límite de

una función. *Enseñanza de las ciencias*, 325-338.

Vrancken, S., Gregorini, M. I., Engler, A., Müller, D., & Hecklein, M. (2006). Dificultades relacionadas con la enseñanza y aprendizaje del concepto de límite. *Premisa*, 9-19.

EL PORTAFOLIO DIGITAL COMO HERRAMIENTA DE APOYO EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

María Eugenia Díaz

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Formación en Práctica Pedagógica
Correo electrónico: maria_eugenia_0810@hotmail.com

María Elena Ramírez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Formación en Práctica Pedagógica
Correo electrónico: elenaramirez08@hotmail.com

Arturo Ortiz Arismendi

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en Formación en Práctica Pedagógica
Correo electrónico: arturooa@ufps.edu.co

Resumen

El uso del portafolio como herramienta de aprendizaje se está convirtiendo en un recurso valioso en el desarrollo de las actividades académicas. El uso que se le ha dado al portafolio en las instituciones educativas es múltiple, entre los que cabe mencionar: para evaluar el desempeño de docentes y estudiantes, para evaluar directivos, como elemento de diagnóstico para implementar proyectos educativos, como estrategia para analizar y resolver problemas educativos concretos y definidos, así como instrumento de investigación, entre otros. El desarrollo de un portafolio promueve la reflexión, auto-evaluación y formación de los docentes y estudiantes. El fin de este trabajo investigativo es el de generar el estado del arte alrededor del tema del portafolio digital y así generar diversos criterios que resuman su uso a la fecha.

Palabras Clave: Portafolio, Portafolio digital, Tipo de Portafolio, Uso del portafolio, Estrategia Pedagógica.

Introducción

Al indagar el desarrollo del proceso educativo, partimos de crear espacios que le permitan al docente y al estudiante crecer en ambientes de aprendizaje significativos, considerando así la implementación de procesos, prácticas y registros que permitan elevar los niveles de la educación considerándola eficiente y de calidad.

Según González (2003), el aprendizaje y rendimiento académico están condicionados por el ajuste de una serie de variables personales y contextuales (socio-

ambientales, institucionales e instruccionales), cuyos efectos sobre aquellos es difícil precisar; las cuales se pueden intervenir instruccionalmente para mejorar el rendimiento: entrenando las habilidades, desarrollando los estilos de aprendizaje más adecuado a través de unas estrategias efectivas, eligiendo metas relacionadas fundamentalmente con los procesos, aplicando un sistema de atribución causal basado en el esfuerzo personal, favoreciendo el desarrollo de un autoconcepto positivo, entre otros.

De acuerdo a Cope y Kalantzis (2009), citados por Hernández, F. (2006), la enseñanza en las aulas y el currículo tienen que conectar con las experiencias y discursos de los estudiantes, que están cada vez más definidos por una diversidad cultural y sub cultural, diferentes bagajes lingüísticos y prácticas que proceden de esta diversidad.

Por otra parte, Barca, A., Almeida, L., Porto, A., & Peralbo, M. (2012), en su artículo sobre motivación y rendimiento escolar afirman que el profesor puede apoyarse, en su función docente, en aquellas variables de estrategias de aprendizaje de organización, comprensión, en las estrategias de apoyo, así como en las de autoeficacia ya que, sin duda, facilitarán la motivación para el aprendizaje y, en definitiva, para el rendimiento académico.

En la experiencia diaria de la docencia se puede evidenciar en el proceso de enseñanza –aprendizaje, que hay diferencias en los intereses y en el mismo proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes, lo que lleva al docente a plantear diferentes estrategias, que promuevan la participación y el empoderamiento de las temáticas con el fin de dar cumplimiento a los contenidos curriculares propuestos para cada asignatura.

Aunque se cuenta con un microcurrículo, es evidente que se realizaría con mayor éxito el desarrollo de cada asignatura, si se cuenta con una herramienta que permita el seguimiento permanente, tanto por el docente como por los estudiantes sobre el cumplimiento de los logros propuestos y del mismo proceso de aprendizaje.

Torres, N. M., Tolosa, G. I., Urrea, G. M. & Monsalve, R. A. M. (2009), en su artículo hábitos de estudio vs. rendimiento académico, exponen que los hábitos de estudio tienen una implicación en el rendimiento académico y esto influye en

cómo se enfrenta el reto de asumir las responsabilidades de ser universitario; además, comprobaron que deben considerarse en el entorno universitario la cultura de aprendizaje en el proceso de formación, las habilidades de trabajo en equipo, la apropiación y el desarrollo de conocimiento, así como las buenas relaciones interpersonales, para disminuir el fracaso académico y mejorar los hábitos de estudio.

De acuerdo a lo anterior Guerrero, C. H. (2015), señala que la práctica pedagógica en la educación superior debe convertirse en procesos innovadores, de cambios para llevar al docente a investigar y a escribir desde la realidad cotidiana; esto le permite enfrentar los nuevos desafíos que pretende mostrar la pedagogía actualmente, empleando herramientas que favorezcan la práctica didáctica. Desde esta mirada, el docente universitario de hoy debe favorecer el conocimiento mediante el uso de herramientas que potencialicen su cultura escritural, mejore su didáctica y de esta manera contribuya a que el aprendizaje llegue a los estudiantes con mayor calidad y significado.

En la actualidad es evidente que los docentes en su quehacer diario abordan múltiples disciplinas; por tanto, le corresponde interpretar el saber y la relación con las prácticas profesionales, acordes con el perfil profesional del grupo que se está orientando. En este sentido, el portafolio se obliga a compartir el sentido genérico del proceso de aprendizaje para los estudiantes y profesores: y lograr la intersubjetividad precisa para que el estudiante avance en su desarrollo profesional con la mediación del profesor.

Rodríguez, S. M. (2011), señala que el portafolio no es una simple colección ordenada de materiales, apuntes, esquemas o problemas resueltos, sino que la verdadera función del portafolio es la de servir de

plataforma de reflexión para avanzar activamente en la construcción del propio conocimiento, por lo que ha de incluir comentarios reflexivos sobre las producciones, y dentro de su estructura debe contener la autoría y audiencia, objetivos y competencias, contenidos a desarrollar, criterios de evaluación y protocolos de revisión.

Con referencia al portafolio, Barragán (2005), citado por Gallego, D, Cacheiro, M. L., Martín, A. M., & Angel, W. (2009), define el portafolio como una técnica de evaluación que permite desarrollar o facilitar los siguientes objetivos generales: evaluar tanto el proceso como el producto, motivar al estudiante a reflexionar sobre su propio aprendizaje participando en el proceso de evaluación, desarrollar destrezas colaborativas entre el estudiantado, promover la capacidad de resolución de problemas, estructurar las tareas de aprendizaje, y proveer a los profesores de información para ajustar los contenidos del curso a las necesidades de los estudiantes.

Uno de los tipos de portafolio es el electrónico, o e – portafolio, una herramienta virtual que el docente va a utilizar para valorar las competencias que va consiguiendo el estudiante en el proceso de aprendizaje. Según Espinosa, M. P. & Vera, M. D. (2008), el e- portafolio “contiene la misma información que un portafolio educativo tradicional, pero en este caso el material es presentado en formato digital utilizando una combinación de tecnologías multimedia”. Así, estos portafolios pueden incluir grabaciones de audio, imágenes, programas informáticos, bases de datos, vídeos, páginas web, y pueden ser presentados a través de distintos soportes informáticos o incluso a través de la red Internet.

Gómez, J. I., Meneses, E., & Martínez, A. (2013), en su artículo “Portafolios electrónicos universitarios para una nueva

metodología de enseñanza superior”, concluye que los portafolios resultan muy útiles para registrar los procesos de aprendizaje, la planificación de las próximas tareas y la evaluación del aprendizaje. Al mismo tiempo relaciona el proceso de aprendizaje con el diseño, el desarrollo y la evaluación de un material educativo multimedia (MEM) en un contexto universitario. De la misma manera determina que el uso del portafolio digital universitario facilita el conocimiento por parte del docente de los procesos de aprendizaje, la metodología de trabajo de sus clases, los procesos de tutorización, el grado de adquisición de las competencias de los estudiantes o las posibles dificultades de los estudiantes al trabajar en equipo, entre otros aspectos. Es decir, ayuda a supervisar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Portafolio

El concepto “portafolio” en el ámbito educativo fue introducido por la Asociación Canadiense de Profesores de Universidades en 1980, y desde entonces ha sido utilizado en universidades de todo el mundo (Knapper y Wilcox, 1998). Para Seldin (1991) un portafolio es “una descripción objetiva de las principales fortalezas y logros de un profesor en su práctica docente; en él se recogen documentos y materiales que de modo conjunto muestran el alcance y calidad del ejercicio de los profesores”. (García & Gutierrez, 2014).

Según Valencia (1993), citado por Tobón, S. (2010), describe el portafolio como una organización de las evidencias de los estudiantes en un determinado ciclo educativo, las cuales dan cuenta del proceso de formación de las competencias y de los logros obtenidos. Además, permite, tanto a los facilitadores como a los propios estudiantes ir monitoreando la evolución del proceso de construcción y reconstrucción de las competencias.

De acuerdo a Rey, S. E. (2015), en el ámbito educativo, el portafolio se convierte en una metodología de enseñanza y evaluación que hace su aparición como estrategia metodológica alternativa a aquellas de estilo cuantitativo, y un procedimiento de evaluación de trayectorias de aprendizaje que se basa en las ejecuciones y logros obtenidos.

Sobrino, Á., Pérez, C., & Naval, C. (2009). Indican que el portafolio docente puede ser un instrumento efectivo en el ámbito universitario que alberga una doble virtualidad: recurso formativo e instrumento de evaluación.

Tipos de Portafolios

Rodríguez, R. (2013), en su artículo “los portafolios en el ámbito educativo: usos y beneficios” señala que hay varios tipos de portafolios, que responden a fines y propósitos distintos, están dirigidos a distintos públicos, pueden ser elaborados por personas o por instituciones. Aunque existen diversas categorizaciones, cita la presentada por Barberà y de Martín (2009) por considerarla la más completa y didáctica, según: la finalidad, el emisor, la audiencia, el soporte y el contenido.

Portafolio Digital

Arceo, F. D., & Rendón, M. M. (2010), señala que la aparición del portafolio electrónico abre la posibilidad del empleo de las tic's con fines educativos y la propuesta de elaborar portafolios colectivos que permiten la comunicación entre diversas audiencias a manera de producciones sociales, en torno a las cuales pueden promoverse procesos de interacción, colaboración y aprendizaje social.

De acuerdo a la definición del portafolio digital, Sánchez, E. R., & Gámiz, Á. M. (2011), lo define como un portafolio basado en medios y servicios electrónicos, que lo diferencia del portafolio tradicional en el

incremento sustancial del número y calidad de los servicios que aporta tanto a una persona como a una comunidad de aprendizaje, no supeditado a una secuencia lineal.

López, M. E., Jaén, M. A., & Cabrero, A. J. (2013), resaltan que la utilización del portafolio digital universitario como estrategia didáctica facilita el conocimiento por parte del docente de los procesos de aprendizaje, la metodología de trabajo de sus clases, los procesos de tutorización, el grado de adquisición de las competencias de los estudiantes o las posibles dificultades de estos al trabajar en equipo.

Uso del Portafolio

La incorporación de las nuevas tecnologías en las aulas de clase de las instituciones educativas que ofrecen los niveles de educación de básica y media académica o técnica, facilitan la didáctica en el aula, permitiendo la construcción de una comunicación pedagógica, como lo indica Gómez, B. M., & Patiño, V. E. (2013) al concluir en su trabajo de grado, que “el portafolio escolar y el e-portafolio le brindan al proceso educativo y a la evaluación acompañamiento de forma particular a los estudiantes en sus procesos de aprendizaje, contextualización de los contenidos temáticos a nivel general y específico, promueve el trabajo en grupo, optimiza el tiempo de clase; entre tanto los estudiantes mejoran sus hábitos de estudio, autorregulan su aprendizaje, reflexionan sobre sus propias avances y al mismo tiempo son evaluados de acuerdo a sus progresos.”

Gómez, J. I. A., Meneses, E. L., & Martínez, A. J. (2013), señalan que el uso del portafolio digital universitario facilita el conocimiento por parte del docente de los procesos de aprendizaje, la metodología de trabajo de sus clases, los procesos de tutorización, el grado de adquisición de las competencias de

los estudiantes o las posibles dificultades de estos al trabajar en equipo, entre otros aspectos. En resumen, ayuda a supervisar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Metodología

La metodología utilizada se ajusta el enfoque descriptivo de tipo documental, con el que se pretende caracterizar las investigaciones que se han realizado a partir del año 2008 a la fecha, tomando como fuentes de información las diversas bases de datos que ofrece la universidad, tales como: Scopus, Science Direct, Reaxys y otras; así mismo se recurrió a Google Académico para identificar otros trabajos adicionales. Del proceso de rastreo bibliográfico se logró consolidar una base de datos con 29 productos dentro de los que se destacan principalmente artículos de investigación y algunas tesis doctorales.

Resultados

A continuación, se presentan los resultados derivados de la aplicación de diversos criterios de clasificación que fueron aplicados a nuestros elementos en estudio. Se han considerado cuatro criterios de clasificación: según el enfoque metodológico utilizado, según la fuente de información, según el tipo de portafolio y según el nivel educativo.

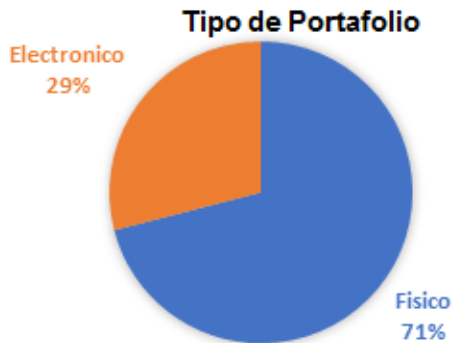


Gráfica 1. Según Enfoque metodológico utilizado.

La mayor parte de las investigaciones sobre el uso del portafolio en los estudios analizados tienen enfoque metodológico cualitativo, según los autores porque aporta gran riqueza en el análisis de los datos e investigación (Bisquera, 1989), a través de un diseño exploratorio (Selltiz, Wringhstman y Cook, 1980) además se presenta como el más adecuado para entrar en contacto con las circunstancias de la relación entre el trabajo con las TIC como instrumento de interacción didáctica y la posibilidad de facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje, según lo concluye María Corral, María Cacheiro (2016).

En otros estudios justifican la investigación cualitativa porque exigen que sea la persona evaluadora la que atribuya significados, elabore resultados y extraiga resultados, además porque el registro de los datos puede hacerse de diversas formas, aunque finalmente la persona evaluadora cualitativa deberá transcribir la información a textos escritos con los que deberá trabajar posteriormente. Y finalmente el análisis cualitativo de los datos no debe entenderse como un proceso lineal, sino como un proceso cíclico, entre conceptos concretos y abstractos, entre el razonamiento inductivo y el deductivo, entre la descripción y la interpretación. Julio Cabero, Eloy López & Alicia Jaen (2013)

En otro estudio, los investigadores aplicaron enfoque cuantitativo porque se recogen y analizan los datos a través de conceptos y variables, evidenciado en el trabajo de .Mónica Jaguando & María Guapucal (2015), En tanto que la investigación mixta, utiliza fortalezas de la Investigación Cuantitativa y Cualitativa combinándolas y tratando de minimizar sus debilidades potenciales. (Jaguandoy & Guapucal, 2015)

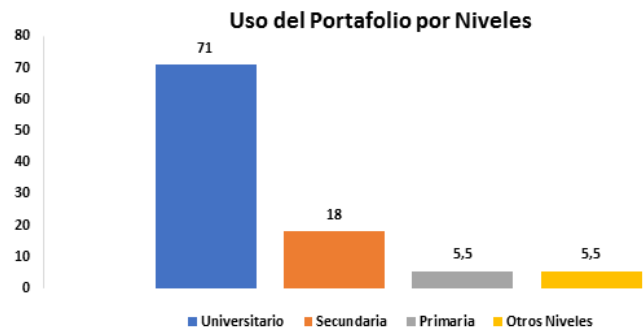


Gráfica 2. Tipo de portafolio

De la totalidad de documentos analizados se destaca que en aproximadamente el 71% de ellos consideró como objeto de estudio el portafolio físico, en el cual se pretendía acumular una serie de actividades que soportaran el trabajo independiente del estudiante en jornadas fuera de clases como se evidencia en los trabajos de Díaz (2009), Pérez & Tamayo (2012) ; otra investigación como la de María Isabel Arbesú García & Elia Gutiérrez Martínez(2014) identificaron que el uso del portafolio se enfocaba principalmente para el proceso de evaluación . El porcentaje restante correspondió a portafolios digitales, en los cuales se concluye que además de evaluar el trabajo del estudiante, también se realiza evaluación del accionar del profesor sirviendo de plataforma para la innovación de conjunto entre ellos, mediante la retroalimentación mutua, conclusión que también se evidencia en el trabajo de Yoilán León, et al 2012; Además otros estudios sobre el portafolio digital lo consideran elemento básico mediante el cual el alumno gestiona, organiza y publica las evidencias de aprendizaje según José Rodríguez, Gemma Aguado & Cristina Galván(2009) ,Díaz F, Romero E. & Heredia, A. (2012). Tal y como muestran los resultados de la

investigación de Rubio María; Galván Cristina.2013 , la valoración de la experiencia por parte de profesores y estudiantes ha sido positiva y ha servido para que los estudiantes consideren que desarrollan algunas competencias transversales importantes como son: selección y organización de la información, planificación del aprendizaje, reflexión sobre el proceso de aprendizaje , durante el aprendizaje ,la toma de decisiones , para una autoevaluación continuada, reflexión sobre la propia identidad profesional, la trayectoria personal y académica, enriquecidas con soporte en las plataformas como Moodle, la plataforma WEBCT en la tutorización de estudiantes universitarios, la Carpeta Digital, la cual tiene funcionalidades que permiten optimizar el proceso de aprendizaje y el proceso de seguimiento por parte del profesorado.

Lo anterior se complementa con la investigación de Julio Cabero, Eloy López & Alicia Jaén Martínez (2013) quienes atribuyen al uso del portafolio el conocimiento por parte del docente de los procesos de aprendizaje, la metodología de trabajo de sus clases, los procesos de tutorización, el grado de adquisición de las competencias de los estudiantes, las posibles dificultades de los estudiantes al trabajar en equipo, entre otros aspectos.

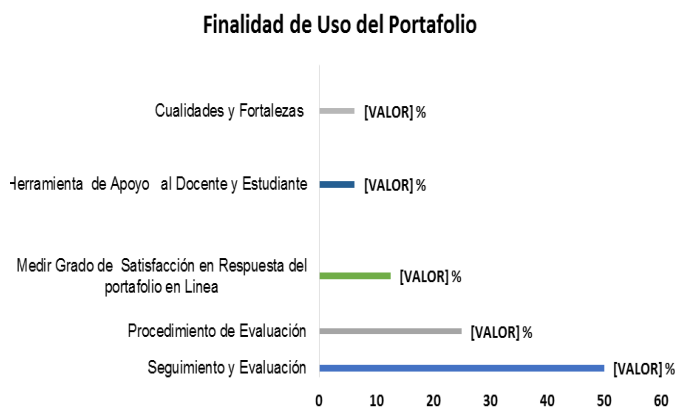


Gráfica 3. Uso del portafolio por niveles educativos

Sobre la utilización por niveles de educación se evidencia en los estudios sobre el portafolio como herramienta de apoyo a la docencia, qué se da mayor uso en el nivel universitario, teniendo en cuenta que la exigencia académica requiere sean conscientes y responsables de su propio aprendizaje haciéndolo más reflexivo, autónomo y participativo, además permite valorar la comprensión didáctica y el grado de adquisición de las competencias profesionales, éstos usos están en concordancia con los estudios de MC Canalejas-Pérez (2010) y Eva Garcia et..al) 2015. En el nivel secundario y básico primaria, se ha implementado en menor proporción, aunque ha ido logrando auge con el uso de las TIC, para facilitar el aprendizaje de asignaturas como la química logrando resultados muy satisfactorios y diferentes comparados con periodos anteriores, Carlos Rodiño (2009).

Otra investigación como la de Diego Chiarenza (2013) soporta la utilidad del portafolio para actualizar la didáctica de los docentes y ofrecerles conocimientos para poner en marcha programas, mediante el aprendizaje de software que traen instalados las Netbooks que otorga el Estado

da mayor utilidad como herramienta para seguimiento y evaluación por parte de los docentes y estudiantes, planificación del aprendizaje, reflexión, práctica pedagógica, seguimiento del aprendizaje, como se establece en los estudios de José Luis Rodríguez Illera & Gemma Aguado (2009); evidenciándose la importancia que ha adquirido el portafolio dentro del quehacer académico, mejorando las relaciones de interacción entre docente - estudiante, y como evidencia del proceso educativo. En otros estudios se utiliza como recurso para evaluar criterios tales como medir el grado de satisfacción en respuesta del portafolio en línea, en la que los resultados encontrados respecto a las valoraciones informáticas reflejan un alto nivel de satisfacción de sus usuarios sobre las dimensiones de interfaz, navegabilidad y usabilidad (María Mellado, 2010) y (Rodríguez & Aguado, 2009), respecto al uso como herramienta de apoyo al docente y estudiante, los estudios de José Aguaded, Eloy López, & Alicia Jaén(2010), concluyen que gracias a los portafolios electrónicos se descubre el proceso de aprendizaje relacionado con el diseño, el desarrollo y la evaluación de un material educativo multimedia (MEM) en un contexto universitario, argumentando que el uso del portafolio digital universitario facilita el conocimiento por parte del docente de los procesos de aprendizaje, la metodología de trabajo de sus clases, los procesos de tutorización, el grado de adquisición de las competencias de los estudiantes o las posibles dificultades de los estudiantes al trabajar en equipo. Además se identificó que el uso del portafolio ha servido para identificar las cualidades y fortalezas con respecto a su uso, según lo analizan en su estudio Gabriela Farías & María Ramírez, 2010



Gráfica 4. Finalidad de uso

Sobre la finalidad de uso del portafolio en el 50% de los estudios, se encontró que se

Conclusiones

La información encontrada hasta el momento documenta que el uso que se le ha

dado al portafolio en las instituciones educativas es múltiple: para evaluar el desempeño de docentes y estudiantes, para evaluar directivos, como elemento de diagnóstico para implementar proyectos educativos, como estrategia para analizar y resolver problemas educativos concretos y definidos, así como instrumento de investigación, entre otros.

Se sugiere hacer el uso recurrente del portafolio digital donde se incluyan actividades no solo de complemento de la clase, sino también como ejercicio de evaluación.

Se encontró que en algunos portafolios digitales no hacen uso de todas las herramientas con que cuentan estas plataformas.

Los resultados permiten resaltar la importancia de los portafolios como fuente de intercambio entre el estudiante y el docente, la cual permite un mejoramiento del quehacer académico.

La elaboración de trabajos como el portafolio ayuda para que el estudiante explore y haga uso de la tecnología, para ello se recomienda a los docentes incluir entre las tareas este tipo de actividades para que el alumno se atreva a explorar nuevas cosas.

Se sugiere, aumentar las investigaciones mixtas, sobre el uso del portafolio con el fin de complementar los datos sobre la utilidad de este importante recurso.

Referencias Bibliográficas

Arbesú, M., & Gutiérrez, E. (2014). repositorio. Obtenido de repositorio: <https://repositorio.uam.es/handle/10486/661590>

Arceo, F. D., & Rendón, M. M. (2010). El portafolio docente a escrutinio: sus posibilidades y restricciones en la formación y evaluación del profesorado. *Observar*, (4), 6-27.

Barca, Almeida, Porto, & Peralbo. (2012). Motivación escolar y rendimiento impacto de metas académicas, de estrategia de aprendizaje y autoeficacia.

Cabero, Julio, López, Eloy y Martínez, Alicia Jaén (2013), Universidad de Sevilla, Universidad Pablo de Olavide. Ediciones Universidad de Salamanca Enseñanza & Teaching, 31, 1-2013, pp. 43-70

Cope, B., & Kalantzis, M. (2009). nodosele. Obtenido de nodosele: http://www.nodosele.com/blog/wp-content/uploads/2010/03/Cope_Kalantzis.Aprendizajeubicuo.pdf

Corral, María José, Cacheiro, María Luz. 2016. Los recursos TIC y el e - Portafolio como estrategia para la interacción didáctica en secundaria: estudio de caso. *Revista de Humanidades*, 28. p. 115-138. Uned – España

Chiarenza, Diego (2013), Enseñanza Constructivista de la Química con TIC. Tomado de: https://www.edicionesazul.com.ar/wp-content/uploads/2013/08/Ensenanza_constructivista_de_la_Quimica_con_tics.pdf

Espinosa, & Vera. (2008). Portafolio electrónico: posibilidades los docentes.

Farías, Gabriela & Ramírez, María (2010). Desarrollo de cualidades reflexivas de profesores en formación inicial a través de Portafolios Electrónicos RMIE (Revista Mexicana de Investigación Educativa) 141, ENERO-MARZO 2010, VOL. 15, NÚM. 44, PP. 141-162 Investigación temática

Gallego, Cacheiro, Martín, & Ángel. (2009). El portafolio como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *edutec*.

Gómez, B. M., & Patiño, V. E. (2013). El E-Portafolio como estrategia metodológica de evaluación del área de ciencias sociales en básica secundaria. Una experiencia educativa en el sector rural en la Institución Educativa Técnica Camacho Angarita, El Limón-Chaparral (Bachelor's thesis, Ibagué: Universidad del Tolima, 2013.).

García, M., & Gutiérrez, E. (2014). Sciencedirect. Obtenido de sciencedirect:

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0185269814706129>

Gómez, Meneses, & Matinez. (2013). Portafolios electronicos universitarios para una nueva metodologia de enseñanza superior.

Gonzales, J. (2003). ruc.udc.es. Obtenido de ruc.udc.es: http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/6952/RGP_9-17.pdf?sequence=1

Guerrero. (2015). El portafolio: una herramienta facilitadora del cambio en la educación superior.

Jaguandoy, M., & Guapucal, M. (2015). [revistasum](http://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/1607). Obtenido de [revistasum](http://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/1607): <http://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/1607>

López, E., Jaén Martínez, A., & Cabero Almenara, J. (2013). Los portafolios educativos virtuales en las aulas universitarias. Instrumentos didácticos para la innovación docente y la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. *Enseñanza & Teaching*, 31 (1), 43-70.

López, M. E., Jaén, M. A., & Cabrero, A. J. (2013) RUSC (Revista de universidad y sociedad del conocimiento) VOL. 10 N.º 1 | Universitat Oberta de Catalunya | Barcelona, enero de 2013 | ISSN 1698-580X

León, Yoilán (2012) ; yoilan@uclv.edu.cu. Moreno Ileana, Campdesuñer ; imoreno@uclv.edu.cu EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa. Núm. 39

Narváez, Tolosa, Urrea, & Monsalve. (2009). Habitos de estudio vs fracaso academico.

Perez, & Garcia, E. (2010). [researchgate](http://researchgate.net). Obtenido de [researchgate](http://researchgate.net):

https://www.researchgate.net/publication/240991675_El_portafolio_como_herramienta_didactica_un_estudio_en_escuelas_universitarias_de_enfermeria

Rey Sánchez, E. (2015). El uso del portafolio como recurso metodológico y autoevaluativo en el área de conocimiento del medio.

Rodríguez, R. (2013). Los portafolios en el ámbito educativo: usos y beneficios. *Cultura de Guatemala*, 34(2), 157-180.

Rodriguez. (2011). Metodlogias docentes en el EEES.

Rodriguez, J., & Aguado, G. (2009). [/revistas.um](http://revistas.um). Obtenido de [/revistas.um](http://revistas.um): <http://revistas.um.es/redu/issue/view/6141>

Rodiño Carlos (2009), Utilización de las TICS como estrategia didáctica para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje de la química en el grado décimo de la Escuela Normal Superior de Monterrey Casanare. Tomado de : <http://stadium.unad.edu.co/preview/UNAD.php?url=/bitstream/10596/2688/1/7382890.pdf>

Sánchez, E. R., & Gámiz, Á. M. E. (2011). El portafolio digital un nuevo instrumento de evaluación. *DIM: Didáctica, innovación y multimedia*, (21), 1-10.

Sobrinho, Á., Pérez, C., & Naval, C. (2009). El uso formativo del portafolios docente en el ámbito universitario.

Tobón, S. (2010). Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación. Bogotá: Ecoe.

LA TEORÍA DE JUEGOS Y LA MATEMÁTICA

Alejandra María Serpa Jiménez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister Práctica Pedagógica
Correo electrónico: alejandramariaserpa@ufps.edu.co

Sonia Maritza Mendoza Lizcano

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Doctora en Educación,
Correo electrónico: soniamaritza@ufps.edu.co

Pastor Ramírez Leal

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister en educación Matemática,
Correo electrónico: pastorramirez@ufps.edu.co

Resumen

Realizada la consulta bibliográfica se encuentra amplia aplicación e investigación en las áreas económicas en comparación con la cantidad de trabajos en otras áreas, esto llama altamente la atención debido a que la teoría de juegos puede ser aplica por ejemplo, subastas y licitaciones, mecanismos de decisión pública, y economía laboral, Aguado, Juan C. (2015) considera que las aplicaciones son muy variadas y abarcan desde el Comportamiento de los individuos hasta Iteraciones en Oligopolios, de igual manera Monsalve, S., Arévalo J. (2005) consideran que las aplicaciones de la teoría de juegos van más allá del área económica, siendo posible su aplicación en el estudio del comportamiento estratégico de los individuos en diferentes ambientes, influencia de las expectativas, toma de decisiones distribución de la información, tensión entre equilibrio y eficiencia, diseño de contratos, etc. El objetivo de este artículo es presentar los conceptos básicos de la teoría de juegos y como esta apoya a la matemática. Guzman, M de. (1984) Opina que “el sabor a juego puede impregnar de tal modo el trabajo, que lo haga mucho más motivado, estimulante, incluso agradable y, para algunos, aún apasionante”, el empleo de juegos podría ayudar a disminuir el temor de los jóvenes hacia la matemática sin olvidar lo que el mismo Guzman, M de. (1984) dice: “la matemática no es sólo diversión, sino ciencia e instrumento de exploración de su realidad propia mental y externa y así ha de plantearse”. “Teoría de Juegos y Emprendimiento” trabajo realizado por Moreira, Rodas y Contreras en la Universidad de Guayaquil y “Pensamiento Estratégico, Teoría de Juegos y Comportamiento Humano” trabajo realizado por Herrero y Pinedo en el 2005 son algunos de los antecedentes encontrados.

Palabras Clave: Didáctica, Matemática, Teoría de Juegos

Introducción

La teoría de juegos orienta para la toma de decisiones ganadoras o exitosas en un ambiente competitivo permitiendo detallar las situaciones, acciones y reacciones de

ponentes inteligentes. Se evidencian las investigaciones realizadas en el área de empresariales, mas sin embargo no en ingeniería. En todos los procesos de la ingeniería se están tomando decisiones que

deben tener en cuenta a otros participantes inteligentes y afectan al entorno.

Conceptos de la teoría de juegos.

Un juego es una determinada situación en que los individuos (jugadores) hacen elecciones en un contexto de interacción y en un marco definido previamente. Por lo tanto, la teoría de juegos es el área de la matemática que examina el comportamiento de individuos que interactúan dentro de una estructura formalizada de incentivos. Se pueden diferenciar distintos tipos de juegos dependiendo del contexto en donde interactúan los individuos. Dentro de los juegos más conocidos se encuentran:

Juegos de suma cero: Son aquellos en que la ganancia del ganador es la pérdida del jugador rival.

Juegos cooperativos: Son aquellos en que los participantes pueden firmar contratos para actuar en forma coludida.

Juegos con información completa: Son aquellos en donde los participantes conocen todas las características del juego, por ejemplo, tienen información acerca de la recompensa que podrían obtener el resto de los jugadores.

Juegos secuenciales: Son aquellos en donde los distintos agentes van realizando su jugada una vez realizada la acción del jugador rival.

Obviamente, cada uno de estos tipos de juego tiene su antónimo, es decir, existen los juegos de no-suma cero, juegos no-cooperativos, juegos con información incompleta y juegos simultáneos.

La teoría de juegos estudia las acciones que realizan los jugadores y como los resultados dependen de las acciones que otros realizan. Aguado, Juan C. (2015) considera que las aplicaciones son muy variadas y abarcan desde el Comportamiento de los individuos hasta Iteraciones en Oligopolios,

de igual manera Monsalve, S., Arévalo J. (2005) consideran que las aplicaciones de la teoría de juegos van más allá del área económica, siendo posible su aplicación en el estudio del comportamiento estratégico de los individuos en diferentes ambientes, influencia de las expectativas, toma de decisiones distribución de la información, tensión entre equilibrio y eficiencia, diseño de contratos, etc.

Conformación de los juegos.

Para Gutiérrez-Montoya (2012) los juegos están conformados por los siguientes tres elementos: Jugadores, Estrategias y rendimientos.

Jugadores: individuos que toman las decisiones que buscan maximizar su utilidad

Estrategias: Según Ferguson (1978), una estrategia es “una especificación completa de las acciones que ejecutará un jugador en cualquier contingencia que pueda presentarse en el desarrollo del juego”. Mientras para Nupia (2017) “Es un plan de acciones completo y contingente para un jugador en el juego”, y para (Pindyck, 2003) “la estrategia del juego es una regla o plan para jugar”. Por lo tanto la estrategia está conformada por el conjunto de acciones que un jugador puede realizar.

Rendimientos: es la recompensa, utilidad o pagos obtenidos por el jugador al finalizar el juego. para gutiérrez-montoya (2012) “son los resultados que obtienen los participantes al final del juego”

a continuación se puede observar cómo se representan matemáticamente de los juegos (g)

$$g [s_a, s_b, u_a (a,b), u_b (a,b)]$$

Donde s_a y s_b representan el conjunto de estrategias para los jugadores a y b
 u_a y u_b representan la utilidad obtenida por los jugadores cuando a y b eligen estrategias concretas ($a \in s_a, b \in s_b$).

a la conformación de los juegos agudo (2015) adiciona los siguientes tres elementos:

Acciones: posibles alternativas que un jugador puede adoptar cuando le toca decidir teniendo presentes las posibles intervenciones de la naturaleza y las acciones que puedan tomar los otros jugadores para lograr los mejores resultados posibles, también conocido como interdependencia estratégica

Información: grado de conocimiento del que se dispone a cada momento de las distintas variables, gracias a que el jugador aprende las reglas, observa y estudia atentamente las jugadas fundamentales de otros jugadores aprendiendo sus teoremas y procedimientos para usarlos en condiciones similares

Equilibrios: también se conoce como espacio de estrategias. S_i es el conjunto de estrategias que se realiza un jugador i al participar en el juego

Representación de los juegos.

Para una mejor comprensión e interpretación de los juegos, Aguado (2015) reconoce la existencia de dos formas de representación matemática de los juegos:

Normal también conocida como matricial o estratégica. Esta representación se emplea (no de manera exclusiva) cuando existen dos jugadores.

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	5, 6	3, 9
	B	6, 7	6, 1

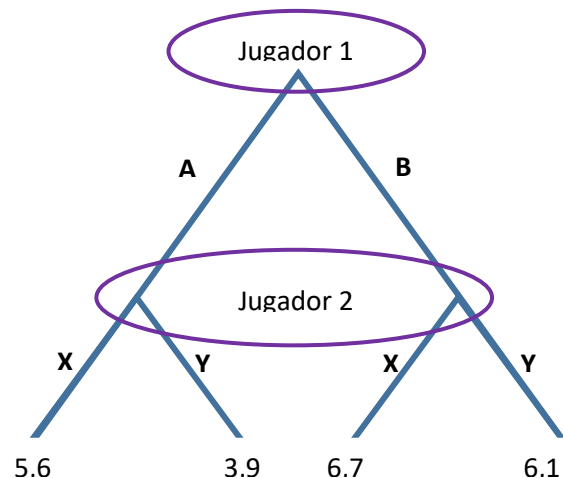
En este ejemplo el jugador uno puede escoger entre las estrategias A y B que se han ubicado en filas, y el jugador dos puede escoger entre las estrategias X y Y que se han ubicado en columnas

Al interior de las casillas de la matriz se ubican los pagos teniendo en cuenta que el primer dato corresponde a el jugador uno y el segundo al jugador dos.

Extensiva o de árbol.

Esta representación muestra la misma información que la representación normal pero ordenada de una manera más grafica. Un árbol está compuesto por nodos y ramas donde los nodos representan lugares donde alguien debe tomar una decisión y las ramas indican las diferentes acciones que un jugador puede escoger.

Las elipses reciben el nombre de Conjunto de información e indican que un jugador puede elegir una estrategia desconociendo la elección del otro jugador (ocurre cuando la decisión es simultanea)



Toda representación en forma extensiva tiene exactamente un nodo inicial.

Cada nodo es sucesor del nodo inicial y el nodo inicial es el único con esta propiedad.

Los otros nodos son llamados nodos de decisión y nodos terminales. Cada nodo, excepto el inicial, tiene exactamente un nodo inmediatamente predecesor. El nodo inicial no tiene predecesor. Cada nodo terminal corresponde a una única senda en el árbol, es decir, existe una relación uno a uno entre sendas y nodos terminales.

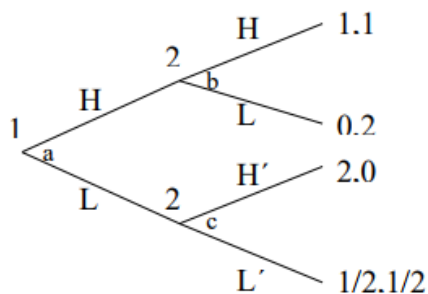
Conjunto de Información.

Nupia (2017) define Un Conjunto de Información como “un conjunto formado por nodos **entre los cuales** un jugador no puede distinguir su posición en el juego cuando toma una decisión” esta situación se presenta cuando un jugador posee la misma información en más de un nodo (estos nodos se unen con una línea discontinua). Nupia (2017) señala que “todo nodo de decisión pertenece a un conjunto de información y algunos conjuntos de información poseen un solo nodo”

Características de los conjuntos de información:

- Cada conjunto de información contiene nodos de decisión para solamente uno de los jugadores.
- Todos los nodos que pertenecen al mismo conjunto de información poseen el mismo número de sucesores inmediatos y deben tener el mismo conjunto de acciones sobre las ramas que conducen a estos

Ejemplo:



El conjunto completo de estrategias del jugador 1 es: H, L.

Una estrategia para el jugador 2 es escoger H en el nodo b y L' en el nodo c. Esta estrategia se escribe: H L'.

El conjunto completo de estrategias del jugador 2 es: HH', HL', LH', LL'.

S_i es el conjunto de todas las posibles estrategias del jugador i en el juego.

Del ejemplo anterior: $S_1 = \{H, L\}$, $S_2 = \{HH', HL', LH', LL'\}$.

Si $s_i \in S_i$ es una estrategia del jugador i en el juego: $s_1 = L$, $s_2 = HL'$

$S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ es un vector de estrategias para cada jugador.

Tipos de juegos

En función de la estructura de los pagos se pueden diferenciar diferentes tipos de bipersonales, el dilema del Prisionero es un modelo matemático clásico para entender la toma de decisiones. Este Juego plantea la siguiente situación:

Dos personas son arrestadas, la policía sabe que ellos han cometido un crimen pero no tienen como probarlo, pero si tienen pruebas para incriminarlos por un delito menor. El fiscal del caso habla con cada prisionero por separado y les presenta una oferta:

Si confiesa contra el socio, todos los cargos en su contra serán retirados y la confesión será usada como evidencia para condenar al otro, quedará libre y su socio recibirá será de 10 años.

Si no confiesa y su socio lo hace, será condenado a 10 años y su socio quedará libre.

Si ambos confiesan, serán condenados a 5 años de prisión.

Si ninguno confiesa, serán condenados a 1 años de prisión.

El futuro de cada uno de los prisioneros depende de las acciones del otro. Individualmente, la mejor opción para cada prisionero es confesar el delito, pero si los dos prisioneros confiesan el castigo es peor a que si ambos callan.

Cada prisionero en su celda de forma individual piensa en las opciones planteadas por el fiscal:

1. Si los dos callamos el castigo será por el delito menor (1 año)

2. Si callo y el otro me delata tendré la pena más alta (10 años)
3. Si lo delato y el otro calla, seré libre (-5 años)
4. Si los dos confesamos el castigo será compartido (5 años)

A cada uno de las acciones corresponde un pago, y estos pagos están relacionados con el comportamiento de cada uno de los prisioneros para con las autoridades.

Tentación (T): un jugador traiciona y el otro calla (0,10)

Recompensa (R): los dos jugadores si tienen comportamiento cooperativo (5, 5)

Castigo (S): los dos jugadores tienen comportamiento no cooperativo (1, 1)

Pardillo (P): un jugador coopera (calla) y es traicionado (10,0)

Con la condición adicional que $T + P < 2R$, por lo tanto $T > R > S > P$

		Jugador 2	
		C	NC
Jugador 1	C	R, R	P, T
	NC	T, P	S, S

C= coopera NC= no coopera

		Jugador 2	
		C	NC
Jugador 1	C	5, 5	-5, 10
	NC	10, -5	1, 1

C= coopera NC= no coopera

Historia de la Teoría de Juegos

Para Tenorio & Martín (2015) En los orígenes de la Teoría de Juegos se buscaba mejorar la comprensión del comportamiento en los fenómenos sociales. Por esta razón es tan útil en la toma de decisiones, aplicación en casi todos los ámbitos de las

ciencias sociales y su desarrollo no se limita solo a la teoría.

Con la publicación en 1944 del libro Teoría de los Juegos y Comportamiento Económico (título original Theory of Games and Economic Behavior) por el matemático austrohúngaro von y el economista alemán Morgenstern (1944) se considera que comienza La Teoría de Juegos tal y como la percibimos en la actualidad. La primera referencia a los juegos y la lógica que en ellos existe la realizó el matemático y filósofo alemán Leibniz (1704), en su obra titulada Nouveaux Essais sur l'entendement humain. Según Leibniz (1765), la mente humana "se despliega más minuciosamente en los juegos que en actividades más serias".

Montmort, Bernoulli & Waldegrave (1713) los matemáticos intercambian correspondencia. En esa correspondencia se plantean el problema de encontrar una solución de equilibrio basado en la regla minimax de estrategia mixta para resolver una versión con dos jugadores de un juego de cartas clásico denominado Herl. Montmort (1713) presenta el concepto de estrategia mixta y la regla minimax para la obtención de la hoy llamada solución minimax, por la que se minimiza la posible pérdida en el peor escenario y que coincide con el equilibrio de Nash del juego mencionado.

En el siglo XVIII, años antes a la Revolución Francesa el matemático francés Marie-Jean Antoine Nicolas de Caritat, más conocido como Marqués de Condorcet, publica en 1785 por primera vez el Teorema del jurado; este teorema permite determinar la probabilidad relativa de un grupo de individuos alcanzando la decisión correcta y cómo dependiendo de esa probabilidad debe aumentar o disminuir el número de individuos para que se alcance dicha decisión. También es publicada la Paradoja de Condorcet que plantea la posibilidad de que las preferencias colectivas son cíclicas,

aunque no lo sean las individuales y por tanto, el criterio de lo que prefiere la mayoría no da un vencedor claro. Posteriormente Cournot (1838) desarrolló un modelo de competición imperfecta en la que compiten dos empresas con la misma función de costo y productos de características y calidades iguales en un escenario estático. Dando origen al análisis teórico del comportamiento que podrían tener los empresarios en un duopolio y que se basaba en la toma simultánea de decisiones por ambos empresarios para obtener un equilibrio que optimice el precio de su producto en función de las cantidades producidas y que corresponde a un tipo particular de lo que posteriormente se denominará de manera general equilibrio de Nash dentro de la Teoría de Juegos.

En 1883 Joseph-Louis-François Bertrand expuso que parecía más lógico que las empresas en un duopolio se enfrentasen en términos de cambios en el precio en lugar de en las cantidades que se vendían. Por tanto, las empresas elegirían el precio de su producto en base a la siguiente lógica: si los precios de ambas empresas son el mismo, pero el costo marginal es menor que el precio, entonces las empresas estarían incentivadas a disminuir sus precios con el fin de conseguir una mayor parte del mercado. Por tanto, el equilibrio (también de tipo Nash) se alcanzaría cuando el precio coincidiese con el costo marginal. Sin embargo, el modelo planteado por Bertrand planteaba una paradoja (denominada la Paradoja de Bertrand) por la cual el duopolio acaba en un monopolio tanto si las dos empresas decidían aliarse como si decidían enfrentarse, ya que en un enfrentamiento, la que tiene un menor costo marginal se haría con todo el mercado.

Edgeworth (1897) plantea una modificación al modelo dado por Bertrand e introduce el modelo Bertrand Edgeworth que consistía en incluir restricciones en la capacidad de producción de las empresas con el fin de que

dichas empresas tuviesen la opción potencial tanto de aliarse como de no hacerlo.

En 1871, El naturalista y geólogo inglés Charles Robert Darwin introdujo la Teoría de Juegos en el ámbito de la biología evolutiva y expuso la Teoría de Selección Sexual que, pese a ser rechazada en los tiempos de Darwin se ha vuelto central en la biología evolutiva moderna y en la ecología del comportamiento gracias a la teoría genética de la evolución natural propuesta por Fisher (1930) y que coincide en esencia con lo expuesto por Darwin.

Hacia la formalización de la Teoría de Juegos: de Zermelo a von Neumann.

Es en el s. XIX el matemático y lógico alemán Ferdinand (1913) establece en dos teoremas sobre el juego del ajedrez; debido a que permite analizar cualquier juego con dos jugadores sin movimientos de oportunidad y con intereses completamente enfrentados (juego no cooperativo de suma cero).

Dénes König aplicaba un resultado de la teoría de conjuntos para demostrar una conjetura que previamente le había propuesto. Entre 1921 y 1927, Félix Édouard Justin Émile Borel estudia los juegos de estrategia, generando la primera formulación matemática moderna de una estrategia mixta y estudiando la búsqueda de la solución minimax para juegos simétricos de dos jugadores con intereses completamente opuestos; demostrándolo para jugadores con 3 y 5 estrategias.

Steinhaus (1925) publica un artículo en el que incluía la primera definición formal de estrategia y se realizaba un estudio en profundidad del concepto. Von (1928) demuestra el teorema minimax independientemente del número de estrategias que pueda tener cada jugador (que ha de ser una cantidad finita) y

asumiendo que los intereses son completamente puestos. En este trabajo aparece la definición formal de estrategia que se utiliza actualmente.

En el libro Teoría de los Juegos y Comportamiento Económico publicado en 1944 por von Neumann se da primer tratamiento riguroso y exhaustivo del concepto de juego, estrategia y resolución del mismo, así como sobre la forma de representar las preferencias de los jugadores. Además, no solo estudiaron los juegos en los que los intereses de los jugadores son completamente contrapuestos (los denominados juegos no cooperativos de suma cero), sino que consideraron también aquellos juegos en los que la ganancia de un jugador no necesariamente significa pérdidas para el otro (y que se corresponden con los juegos cooperativos de suma nula con recompensa transferible). Todo ello desde una perspectiva puramente económica y con el objetivo de modelizar el comportamiento económico mediante la Teoría de Juegos. De hecho, en esta obra se usó la Teoría de Juegos para desarrollar una teoría axiomática de la utilidad.

La década prodigiosa: 1950–1960.

La obra de von Neumann y Morgenstern causó tal impacto entre los matemáticos y economistas de su época que no solo conllevó que la Teoría de Juegos comenzase a considerarse como una disciplina científica, sino que fue el comienzo de una investigación intensa y exhaustiva en este campo. Precisamente, es la década de 1950 junto con el comienzo de la de 1960, en la que se desarrollan numerosos artículos teóricos sobre esta disciplina y sobre sus aplicaciones a distintos problemas y situaciones económicas. Como muestra de la actividad en la investigación relativa a este campo, habría que resaltar los cuatro volúmenes de la colección Annals of Mathematics Studies que se dedicaron

monográficamente a la Teoría de Juegos bajo el título Contributions to the Theory of Games (el primer volumen data de 1950 y el cuarto de 1959).

Pero el hecho clave de la Teoría de Juegos en la década de 1950 y que sustenta toda la investigación posterior en relación al estudio de los juegos denominados no cooperativos, se debe al matemático estadounidense (Nash, 1928). En 1950, Nash presenta su tesis doctoral titulada Noncooperative games (Tucker, 1995) y en la que se establecen las bases generales de este tipo de juegos. En dicha memoria se introducía el concepto de punto de equilibrio (o equilibrio de Nash como es conocido actualmente) y probaba su existencia. Los resultados esenciales de esta memoria aparecerían publicados en artículos fechados en 1950 y 1951 en los que también se propone el denominado “Programa Nash” por el que se sugiere el estudio de los juegos cooperativos mediante su reducción a juegos no cooperativos. Como puesta en práctica de su programa, Nash (1959) estableció la teoría axiomática del regateo, probando la existencia y unicidad de la denominada solución de regateo de Nash. Precisamente, estas referencias se consideran claves en la literatura relacionada con los problemas de negociación.

Tras introducir Nash la noción de punto de equilibrio, éste junto con el matemático canadiense John Patterson Mayberry y el economista estadounidense Martin Shubik publicarían un artículo en 1953 en el que demostraban que el equilibrio de Nash generalizaba el equilibrio clásico en un duopolio de Cournot.

Por su parte, Shapley sería también el artífice de lo que se viene a denominar el valor de Shapley en los juegos cooperativos (valor que mide la importancia de cada jugador en un juego cooperativo para que la cooperación global funcione y el nivel de recompensa que se podría esperar), concepto que introduce en su artículo de

(Kuhn, 1953) sobre juegos con n jugadores. Ese mismo año, Shapley (1953) también publicaría su artículo Stochastic Games, en el que demostraba la existencia de estrategias estacionarias (i.e., que dependen única y exclusivamente del juego y no de factores externos) óptimas para juegos estrictamente competitivos con beneficios futuros descontados a una tasa fija. En esta misma época, el economista y matemático Debreu (1952) introdujo el primer modelo de equilibrio competitivo con su teorema de existencia en un artículo en el que permitía la actuación de economías externas. Este artículo sería precursor del que se publicaría dos años más tarde en por el economista americano Arrow (1954) y el propio Debreu en el que establecerían la existencia de un equilibrio competitivo, usando los resultados de 1952 sin permitir economías externas. Este modelo pasó a denominarse modelo de Arrow-Debreu y se ha vuelto esencial ya que asegura que, bajo ciertos supuestos económicos, existe un conjunto de precios para el que la oferta agregada se iguala con la demanda agregada para cualquier mercancía considerada.

Consolidación y aplicación.

Desde finales de la década de los 1950 y durante toda la década de 1960 el desarrollo de la Teoría de Juegos fue emparejado con aplicaciones de éstos a distintos campos de conocimientos y a la resolución de problemas que surgían en el mundo real. En este sentido, Shapley & Shubik (1954) usaron el valor de Shapley para determinar cuál era el poder de los miembros del Consejo de Seguridad de la ONU (que modelizaban mediante un juego cooperativo) en un artículo que se acepta como pionero en la aplicación de la Teoría de Juegos a las Ciencias Políticas. También, el matemático estadounidense Robert Duncan Luce y el psicoanalista y politólogo estadounidense

El politólogo Harrison (1959) desarrolló un índice para determinar el poder de un político y estudió cómo podría maximizarse esta medida. Por esta razón la Teoría de Juegos se considera parte inseparable de las Ciencias Políticas como disciplina.

Como había pasado desde sus orígenes, la Teoría de Juegos siguió avanzando gracias a su aplicación a las Ciencias Económicas. Así el matemático israelí-estadounidense Aumann (1959) publicó un trabajo en el que, además de introducir el concepto de equilibrio fuerte, daba la versión del Teorema de Tradición Oral para este tipo de equilibrios. El Teorema de Tradición Oral (Folk Theorem en inglés) establece que el conjunto de equilibrios de Nash para un juego repetido se puede expresar en base a los resultados factibles del juego de una tirada asociado. El resultado era ampliamente conocido a finales de la década de 1950, pero sin publicar y con autoría desconocida. Su no publicación, según Luce & Raiffa (1957), podría bien deberse a la simplicidad de dicho resultado o a la complejidad para poder escribirlo rigurosamente. Posteriormente, el propio Aumann, conjuntamente con Shapley (1976), dio la versión de este resultado para juegos repetidos y en relación a los equilibrios perfectos de Nash de dichos juegos. Resultado al que, de manera independiente, llegó el economista y matemático israelí (Rubinstein, 1976).

Precisamente Shubik (1959) publica su monografía sobre oligopolios, en la que por primera vez se modelizaban explícitamente los oligopolios mediante la teoría de juegos no cooperativos y que contiene uno de los primeros enunciados del Teorema de la Tradición Oral.

El economista estadounidense Schelling (1960) publica el libro The Strategy of Conflict iniciando la investigación en el comportamiento estratégico y enfatizó la importancia de la información y compromiso

en las dinámicas de estrategias, siendo fundamental el análisis de los juegos no cooperativos con múltiples equilibrios. Este libro ha sido considerado por Times Literary Supplement en 1995 y 2008 como uno de los cien libros más influyentes en Occidente desde 1945.

En este sentido, tampoco se debe obviar la importancia que tuvo la Teoría de Juegos en la década de 1960 durante la Guerra Fría. Como ejemplo, se indican los trabajos que, entre 1965 y 1968, llevaron a cabo el ya mencionado Aumann, el matemático israelí Michael Bahir Maschler y el matemático americano Richard Edwin Stearns para la Agencia de Desarme y Control de Armas de los Estados Unidos relativos a la aplicación de la Teoría de Juegos a la dinámica en las negociaciones de control armamentístico.

Sin embargo, el reconocimiento mundial y público de la gran relevancia que ha tenido la Teoría de Juegos en el campo del Análisis Económico tuvo lugar

Con la concesión del Premio Nobel de Economía en 1994 al economista húngaro John Charles Harsanyi, se da reconocimiento mundial y público de la gran relevancia que ha tenido la Teoría de Juegos en el campo del Análisis Económico

Posteriormente, esto se vería reforzado cuando en 2005, les otorgaron a Schelling y Aumann el Premio Nobel de Economía. El primero fue galardonado por trabajar con modelos dinámicos para el análisis de la cooperación y conflicto, instaurando los primeros ejemplos de la Teoría de Juegos evolutiva; mientras que el segundo fue premiado por sus aportaciones al estudio de los equilibrios, lo cual llevó a cabo utilizando la Teoría de Juegos. También las ediciones de 2007 y 2012 de dichos premios fueron concedidas a avances en el estudio de la Teoría de Juegos. En el caso del año 2007, el matemático y economista Leonid Hurwicz y el matemático y economista estadounidense Roger Bruce Myerson

fueron los galardonados junto con el economista estadounidense Eric Stark Maskin por establecer los fundamentos de la teoría de diseño de mecanismos, una rama de la Teoría de Juegos que trabaja con información privada. Por su parte, en 2012, el trabajo L.S. Shapley fue el galardonado junto con el investigador operativo y economista Alvin Elliot Roth por sus aportaciones a la Economía en el ámbito de la Teoría de Juegos y, en particular, por la teoría de localizaciones estables y la práctica de diseño de mercados, basada en el uso de herramientas de juegos cooperativos y no cooperativos.

Bibliografía

Aguado, Juan C. (2015) Introducción a la Teoría de Juegos. Universidad Rey Juan Carlos

Ferguson, C.E. y Gould J.P. (1978) Teoría Microeconómica. México: Fondo de Cultura Económica.

Gutiérrez-Montoya, Guillermo Antonio (2012). "Un acercamiento a la Teoría de los Juegos" en Científica, Vol. 1, Nº 1, época 2, pp. 7-26

Guzman, M De. (1984). Juegos Matemáticos En La Enseñanza. Actas de las IV Jornadas Sobre Aprendizaje y Enseñanza de Las Matemáticas. IV JAEM 1984, Sociedad Canaria De Profesores De Matemática "Issaac Newton", pp. 49-85.

Nupia, Oscar (2017). Apuntes de la asignatura Teoría de Juegos Código ECON-2105. Universidad de Los Andes. Tomado el día 20 de agosto de 2017 de https://economia.uniandes.edu.co/files/profesores/oskar_nupia/docs/Teoria%20de%20Juegos/Apuntes/02_Representacion.pdf

Monsalve, S., Arévalo J. (2005). Un curso de teoría de juegos clásica. <https://ideas.repec.org/b/ext/public/47.html>

Pindyck, R. S. y L. D. Rubinfeld (2003). Microeconomía. Madrid: Prentice Hall.

Aumann, R. & Shapley, L. (1976). Theoretic Analysis, Essays in Game Theory

in Honor of Michael Maschler. University of Jerusalem, (1), 1-15.

Steinhaus, H. (1960). Definicije potrebne do teorji gry i poscigu. Naval Research Logistics Quaterly, 7, 105–108.

Auday, M. (2012). Preferencias, normas sociales y teoría de juegos. Epistemología e historia de la Ciencia, 1(18).

Aumann, R. (1959). Acceptable Points in General Cooperative n-Person Games, Contributions to the Theory of Games. Annals in Mathematics Studies. Princeton University Press, 4 (40), 287–324.

Balarezo, G. (2016). Entender la teoría de juegos es más fácil de lo que parece. Recuperado de: <http://www.elcomercio.com/afull/teoriadejuegos-matematica-economia-explicacion-johnnash.html>

Basurto, C., Hidalgo, F. & Caicedo, B. (2017). Teoría de Juegos y Emprendimiento. Revista Publicando, 4(10), 211-219.

Cournot, A. (2015). Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses. Boletín de Matemáticas, 22(1) 77–95.

Debreu, G. (1952). Social Equilibrium Existence Theorem. Academy of Science of the United States of America 38, 886–893.

Donald, B. (1959). Solutions to general non-zero-sum games, Contributions to the Theory of Games, Annals in Mathematics Studies. Princeton University Press, 4 (40) 47–85.

Dresher, M. (1961). The mathematics of games of strategy: Theory and applications. New Jersey: Prentice-Hall.

Dresher, M., Tucker, A. & Wolfe, P. (1957). Contributions to the Theory of Games. Annals in Mathematics Studies. Princeton University Press 3(39)

Edgeworth, F. (1897). La teoría pura del monopolio. Giornale Degli Economisti, 40, 13–31.

Fisher, R. (1930). The Genetical Theory of Natural Selection. New York: Oxford University Press.

Fisher, R. (2000). Apuntes del curso organización industrial. Santiago: Universidad de Chile.

Flood, M. (1952). Some experimental games. Management Science, 1(5), 5-26.

Fudenberg, D. & Tirole, J. (1991). Game Theory, the MIT Press. Massachusetts: Cambridge.

Gillies, D. (2015). Location of Solutions, Report of an Informal Conference on the Theory of n-Person Games (H. W. Kuhn, ed.), Department of Mathematics, Princeton University. Boletín de Matemáticas 22(1) 77–95.

González, J., Martínez G. & Bordallo, A. (2013). Del número de autores en las publicaciones científicas: reflexiones pedagógicas desde el capital social y la teoría de juegos. Revista Docencia e Investigación, 36(21), 131-150.

Harsanyi, J. (1967). Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players. Management Science, 14, 159-182.

Herrero, M. & Pinedo, J. (2005). Pensamiento Estratégico, Teoría de Juegos y comportamiento Humano. Indivisa: Boletín de estudios e investigación, (6), 37-68.

Kuhn, H. (1950). Extensive Games. National Academy of Science of the United States of America, 36, 570–576.

Kuhn, W. & Tucker, A. (1950). Contributions to the Theory of Games, Annals in Mathematics Studies. Princeton University Press, 1(24).

Kuhn, W. & Tucker, A. (1953). A Value for n Person Games, Contributions to the Theory of Games, Mathematics Studies. Princeton University Press, 2(28), 307-317.

Kuhn, W. & Tucker, A. (1953). Contributions to the Theory of Games, Annals in Mathematics Studies. Princeton University Press, 2.

Luce, R. & Raiffa, H. (1957). Games and Decisions: Introduction and Critical Survey. New York: John Wiley & Sons.

Matus, M. & Rodríguez, P. (2012). Pensamiento económico y valores: un experimento docente de teoría de juegos. *Revista de Investigación en Educación*, 2(10), 119-128. Recuperado de: <http://webs.uvigo.es/reined/>

Moreno, V. (2005). Licitaciones de energía eléctrica. Maestría en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago, Chile.

Nash, J. (1950) The bargaining problem. *Econometrica* 18, 155–162.

Nash, J. (1950). Equilibrium Points in N-Person Games. *Proceedings of the National Academy of Science*, 36, 48-49.

Pérez-Sánchez, R. & Víquez-Calderón, D. (2010). Los grupos de discusión como metodología adecuada para estudiar las cogniciones sociales. *Actualidades en psicología*, 23-24(10-111), 87-101. Recuperado em 26 de julho de 2017, de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0258-64442010000100004&lng=pt&lng=es.

Reeves, D. y Wellman, M. (2004). Computing Best-Response Strategies in Infinite Games of Incomplete Information. *University of Michigan Artificial Intelligence Lab*, 5(24), 1-10.

Riker, W. (1959). A test of the adequacy of the power index. *Behavioral Science*, 4, 120–131.

Rubinstein, A. (1979). Equilibrium in Supergames with the Overtaking Criterion. *Journal of Economic Theory*, 21, 1–9.

Schelling, T. (1960). *The strategy of conflict*. Cambridge: Harvard University Press.

Schettini, P. & Cortazzo, I. (2015). Análisis de datos cualitativos en la investigación social. *Trabajo Social*. Universidad Nacional de la Plata. La Plata, Argentina.

Shapley, L. (1953). Stochastic Games. *National Academy of Sciences of the United States of America*, 39, 1095–1100.

Shapley, L. & Shubik, M. (1954). A Method for Evaluating The Distribution of Power in a Committee System. *American Political Science Review*, 48, 787-792.

Shubik, M. (1959). Edgeworth Market Games, Contributions to the Theory of Games, *Annals in Mathematics Studies*. Princeton University Press, 4(40), 267-278.

Shubik, M. (1959). *Strategy and Market Structure: Competition, Oligopoly, and the Theory of Games*. New York: John Wiley & Sons.

Springer, V. (1976). Equilibrium in Supergames, *Essays in Game Theory in Honor of Michael Maschler* (N. Megiddo, ed.). Berlín: Nimeod Megiddo.

Springer, V. (1976). Some Theorems on n-Person Games, Ph.D. thesis, Department of Mathematics. Princeton University. Nueva Jersey, U.S.

Tenorio, A. & Martín, A. (2015). Un paseo por la historia de la Teoría de Juegos. *Boletín de Matemáticas*, 22(1), 77–95.

Tucker, A. (1980). On Jargon: The Prisoner's Dilemma. A Two Person Dilemma. *UAMP Journal* 1, 101.

Tucker, A. & Luce, R. (1959). *Contributions to the Theory of Games*. Princeton: Princeton University Press.

Von, J. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press.

Wittrock, M. (1986) Análisis de datos y redacción del informe. *La investigación en la enseñanza II. Métodos cualitativos y de observación*. Barcelona: Paidós Educador.

Wittrock, M. (1986). *Handbook of research on teaching*. Nueva York: Mc Millan.

Zermelo, E. (1913). Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie Schachspiels, *Proceedings of the Fifth Congress of Mathematicians*. Cambridge University Press, 2, 501–504.

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES (Avance de proyecto)

Valentina López Villán,

Estudiante, semillero de investigación SIAEM
Correo electrónico: valentalv@ufps.edu.co

Neiva Leticia Peñaranda Mariño

Estudiante, semillero de investigación SIAEM
Correo electrónico: neivaleticiapm@ufps.edu.co

Alejandra María Serpa Jiménez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Magister Práctica Pedagógica
Correo electrónico: alejandramariaserpa@ufps.edu.co

Resumen

En este proyecto de investigación formativa se aborda específicamente la temática de los fraccionarios, como parte importante en el proceso matemático, la formulación de este proyecto nace del interés por afianzar los conocimientos y habilidades en el manejo de los fraccionarios, examinando principalmente las limitaciones que se han presentado, analizando la causa de las mismas y planteando una solución atrayente para los estudiantes de primero y segundo semestre de la Universidad Francisco de Paula Santander. Este proyecto busca que los jóvenes universitarios descubran modos de operar los fraccionarios de manera sencilla con el propósito de que esto ayude no solo en la parte académica, sino que sea de gran utilidad en la vida práctica.

Palabras clave: Didáctica, Estudiantes, Fraccionarios

Introducción

La enseñanza y aprendizaje de la matemática es de gran importancia para la formación de los estudiantes debido a que es una ciencia básica que se aplica tanto en la vida cotidiana como en el desempeño profesional de cualquier disciplina (Bueno; 2012). El manejo adecuado y preciso de las matemáticas es herramienta clave para reforzar habilidades y destrezas que estimulan y proyectan la mente a nuevas formas de aprendizaje (Gutiérrez y Pérez; 2012). El problema es entendido como una herramienta para pensar matemáticamente (Schoenfeld, 1992) ello requiere de la creación de ambientes de resolución de problemas en el aula, para ello Pérez Palacios (1993) opina que la institución

educativa debe fomentar la innovación y la creatividad en la solución de problemas.

Hurtado Orduz (2012) afirma que una estrategia didáctica viable enfocada el aprendizaje de las fracciones para estos propósitos es la de resolución de problemas con diferentes niveles de dificultad, en donde los alumnos desarrollan habilidades para comprender y plantear problemas, la capacidad de realizar las operaciones que se requieren y de interpretar los resultados; con estas actividades los estudiantes estimulan el desarrollo de la metacognición.

María José García, afirma: “Por diversas razones, la enseñanza de la resolución de problemas se ha reducido, desde hace tiempo, al aprendizaje de procesos rutinarios

y de procedimientos algorítmicos que estimulan la mecanización y la memorización sin sentido, minimizando el razonamiento lógico, la búsqueda de soluciones, la crítica y la fundamentación de opiniones”.

Planteamiento del problema

La UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER seccional Cúcuta Norte de Santander, fue fundada en el año 1962, como fundación de carácter privado, con el claro objetivo de elevar el nivel cultural de la juventud norte santandereana. A través de los años el número de estudiantes y el progreso en programas académicos ofrecidos han aumentado notablemente. Actualmente la UFPS, tiene en sus manos la enorme tarea de ofrecer a sus estudiantes una formación soportada en la responsabilidad social, utilizando como herramientas la tecnología de la comunicación e información.

Actualmente en la UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER se han hecho visibles las dificultades presentadas por parte de los estudiantes que participan de los procesos académicos relacionados con la matemática, en el momento de trabajar en la operaciones básicas que involucran el manejo de números fraccionarios en sus diversas representaciones, el bajo rendimiento académico en previos, la falta de participación en el aula, la demora en la respuesta a los ejercicios y el lento análisis de problemas son hechos que evidencian las falencias antes mencionadas, señalando que no todos poseen las mismas capacidades y que las causas de estas son diferentes en cada uno como aspecto importante de estudio.

Algunas de las causas que enmarcan la problemática se evidencian en el bajo interés personal por parte del alumno, la poca planeación de las actividades que ayudan al

refuerzo del conocimiento adquirido en el aula, el no prepararse con anticipación para los exámenes, el miedo que experimenta al no tener unas bases firmes desde su educación secundaria, no dedicar un tiempo razonable fuera de las clases al repaso y dejar que la calculadora haga todo el trabajo, vienen siendo los pilares que derrumban el buen funcionamiento del proceso de aprendizaje.

Atender las dificultades desde el comienzo es esencial, puesto que al no dar pronta respuesta se verá un decaimiento de los estándares académicos, pueden generarse enemistades entre profesores de diferentes niveles al recibir estudiantes con bases inestables, el individuo posiblemente tendrá dificultades para estimular su agilidad mental, desarrollo personal y profesional ya que actualmente se prioriza en la búsqueda de un profesional integral que posea las destrezas genéricas requeridas para el proceso laboral.

Basándonos en estadísticas, las dificultades conocidas dentro de las estrategias que se podrían utilizar, surge la idea de elaborar un juego didáctico para jóvenes universitarios, en el cual se pueda encontrar una ayuda o guía en el uso de los números fraccionarios que promueva el interés en las competencias matemáticas considerando que uno de los compromisos de la institución es formar profesionales integrales, por lo que una parte fundamental de este, es que apliquen los conocimientos aprendidos en la vida diaria con facilidad, por lo que la creación de una herramienta para sus docentes y estudiantes que ayude a fomentar la calidad educativa es de suma importancia para la universidad.

Formulación del problema

¿Cómo se podría contribuir con una herramienta que permita mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios en las áreas que lo requieran?

Justificación

A nivel de la institución la Universidad Francisco de Paula Santander podrá disponer de una herramienta que contribuya al proceso académico vinculando al profesor y al estudiante convirtiendo este mismo en una práctica activa la cual beneficiará los estándares académicos. A nivel del estudiante el estudiante podrá desarrollar competencias investigativas en el área de las matemáticas afianzando su conocimiento en el desarrollo de modelos didácticos innovadores que permitan el refuerzo en el manejo de los números fraccionarios.

Objetivos

Objetivo general. Desarrollar un modelo que estimule didácticamente el uso de los números fraccionarios en los estudiantes de primer y segundo semestre en la Universidad Francisco de Paula Santander

Objetivos Específicos. Realizar un diagnóstico de las deficiencias que presentan los estudiantes al momento de realizar operaciones relacionadas con los números fraccionarios.

Identificar las variables que se deben tener en cuenta para el diseño del modelo didáctico

Crear el modelo de un juego en el cual se pueda dar alguna solución a las deficiencias presentadas por los estudiantes.

Antecedentes

Mauricio Contreras. (2004). las matemáticas de eso y bachillerato a través de los juegos. Es sabido que, al llegar a cierta etapa del aprendizaje, un gran número de alumnos tienen ya sentimientos contrarios a las Matemáticas. Por eso, una de las ocupaciones fundamentales del profesor es

intentar cambiar estas actitudes y hacerlas positivas, y para ello, debe utilizar todos los medios a su alcance. Se trata, pues, de motivar al alumno, utilizando todos los recursos disponibles.

Cualquier material estructurado puede ser válido como medio didáctico para aprender conceptos matemáticos y, dentro de los materiales, los juegos aparecen en primer lugar en cuanto a su enorme atractivo para los adolescentes. Se ha comprobado, en efecto, que un material presentado en forma de juego aprovecha un impulso hacia la diversión de los niños, una tendencia natural muy temprana a formar grupos y a jugar, consiguiendo con él un aprendizaje más eficaz. Luis Ernesto Bolívar Sandoval. (2013). los juegos didácticos como propuesta metodológica para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado quinto de la institución educativa centran fraternal cristiano. Medellín

Una de las grandes dificultades de los educandos de primaria en el área de las matemáticas es el manejo de los números fraccionarios. Aunque es un problema que se presenta en muchas instituciones educativas, podría solucionarse con el uso del material lúdico existente o que los mismos estudiantes lo fabriquen con la ayuda de su profesor; se pueden elaborar procesos didácticos en los cuales el análisis y la creatividad sean fieles mecanismos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Con esta propuesta se pretende brindar a los estudiantes la posibilidad de mirar claramente y desde sus diferentes perspectivas, la concepción de número fraccionario, equivalencias y representación gráfica. Esta experiencia, por lo tanto, le brindará al estudiante la oportunidad de interactuar e interrelacionarse con su medio. El juego y la manipulación de materiales le permitirán al estudiante aprender significativamente empleando todos los sentidos, lo cual le hará aumentar su conocimiento. En este trabajo se valora el

juego y la manipulación de materiales como mediaciones hacia el aprendizaje de las fracciones en la educación básica primaria; se privilegia el trabajo en equipo y se dotan a los estudiantes de herramientas conceptuales y procedimentales fundamentales para comprender el concepto de fracción, sus operaciones y relaciones. Este trabajo va encaminado primordialmente a la elaboración de una propuesta didáctica de intervención en el aula que contribuya eficazmente en la construcción del conocimiento de los números fraccionarios por parte de los estudiantes y proporcione al profesor herramientas que le permitan explicar de manera clara y lúdica el concepto de número fraccionario, al igual que la manera correcta de operarlos, generando en el estudiante verdaderos aprendizajes significativos.

Cortes, Héctor Manuel; Pérez, Luis Fernando (2004). Algunas dificultades en la comprensión y aplicación del concepto de número fraccionario. En Díaz, Leonora (Ed.), Acta Latino americana de Matemática Educativa (pp. 228-234). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C. Regularmente dar a conocer el concepto de fracción se hace de una forma memorística y no dedicando el tiempo suficiente para que el niño lo asimile y comprenda, en otros casos, simplemente se omite la definición, se inicia en el tema con algoritmos dejando de lado el aprendizaje significativo lo cual genera dificultad en la representación gráfica y en la ubicación en la recta numérica. "Cuando un concepto ha sido incomprendido, y por tanto no sé le ha dado significación al grupo de signos por medio de los cuales se refiere al concepto, los trabajos de tipo sintáctico, que tienen que ver con los manejos algorítmicos, a lo más pueden llegar a desarrollarse de manera mecánica y memorística pero nunca significando las acciones llevadas a cabo con los signos" (Gaviria Torres, 1997). Basado en las experiencias conocidas tanto por los docentes y estudiantes y por la

bibliografía consultada se evidencia la necesidad de plantear estrategias metodológicas donde se le permita al estudiante que observe, manipule, compare, invente, descubra, se equivoque, relacione y llegue a su propia conclusión optimizando así su rendimiento académico, la comprensión de las fracciones, el desarrollo de los niveles de pensamiento y de la conciencia crítica que lo lleve a cuestionar su propia realidad, a mirar los atractivos de su entorno y a comprometerse en su perfeccionamiento.

El proyecto, sirvió de apoyo o guía en la parte de fundamentación del trabajo, no solo a nivel nacional, si no que fue de guía para tener en cuenta en general toda Latinoamérica, ayudando en el marco teórico, y sugiriendo los autores que nos pueden dar información del tema.

Paula B. Perera Dzul y Marta E. Valdemoros Álvarez. Propuesta para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. México. En este reporte presentamos un estudio doctoral en el cual se desarrolló una enseñanza experimental que realizamos con un grupo de cuarto grado de primaria de una escuela pública. El programa de enseñanza estuvo integrado por tareas vinculadas a la vida real de los niños. Dichas actividades fueron diseñadas para promover soluciones que favorecieran en el estudiante el desarrollo de ciertos significados propiciando con ello la construcción de la noción de fracción. Asimismo, fueron aplicados dos cuestionarios, uno anterior y otro posterior al programa de enseñanza.

Marco Referencial

El juego es una actividad en la que se reconstruyen sin fines utilitarios directos las relaciones Sociales. (ELKONIN 1980:28). El juego es una herramienta esencial para desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la infancia (VIGOTSKY, sf)

de igual manera, (Gairin, 1990) hace una clasificación de los juegos de la siguiente manera: hay juegos cuya práctica exige a los jugadores que utilicen conceptos algoritmos incluidos en los programas de matemáticas. Estos juegos son llamados juegos de conocimiento, los cuales se dividen en pre, co y post-instruccional.

Un juego que utilice las unidades fraccionarias, que ayude a los demás a facilitar las operaciones con números fraccionarios, por medio de la enseñanza que para (DEVAL, 1997) “hace referencia a las o afectivo condiciones y acciones docentes externas al sujeto, dirigidas a provocar algún tipo de modificación en su sistema cognoscitivo”, lo cual sería una solución viable al problema en discusión, un juego didáctico de fraccionarios, que convine la enseñanza con la estrategia didáctica, la cual (PIAGET 1997) enfoca en su propuesta radical utiliza para enmarcar la construcción del pensamiento. Adicionalmente se busca que el estudiante desarrolle el pensamiento numérico el cual (MCINTOSH 1992) define como “la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar a usar esta comprensión en forma flexible para hacer juicios matemáticos”.

Marco Contextual

La UFPS, es una universidad pública colombiana, fundada el 5 de julio de 1962, cuenta con sedes en la ciudad de Cúcuta y en el municipio de Ocaña, contando con 37 unidades académicas, subdivididas en 7 facultades, ofrece a la comunidad diversos programas académicos en pregrado, especializaciones y maestrías. En su sede principal (Cúcuta) cuenta con una población que supera los 20.000 estudiantes; su misión está enfocada en la formación de egresados altamente cualificados con competencias técnicas, pensamiento crítico e innovación. Su visión esta fija en el poder

lograr la acreditación institucional por la alta calidad, pertinencia y competitividad de sus programas.

La sede principal de universidad y el centro de interés para el proyecto, se encuentra ubicada en la ciudad de Cúcuta, avenida Gran Colombia no. 12E-96B barrio Colsag, en sus instalaciones cuenta con al menos 15 edificios y otras construcciones de menor tamaño pero de igual importancia, además de las zonas verdes y áreas destinadas a la recreación.

Diseño metodológico

Por su lado autores como Cerro y Bervian (1989) definen la investigación como “una actividad encaminada a la solución de problema. Y su objetivo consiste en hallar una respuesta a preguntas mediante el empleo de procesos científicos”.

El tipo de investigación a utilizar en el proyecto, será la investigación de tipo descriptiva, puesto que una de las bases del proyecto, están es fundamentar y caracterizar la población estudiantil de la UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER, de manera que se pueda conocer el nivel de dificultad en el manejo de los fraccionarios, las relaciones que existen entre cada una de las posibles dificultades, teniendo no solo como meta la recolección de datos, sino también la predicción e identificación de las relaciones existentes entre dos o más variables.

En la ciencia fáctica, la descripción consiste, según autores como Bunge, en dar respuestas a preguntas como ¿Qué es?, ¿Cómo es?, ¿Dónde está?, ¿de dónde viene?, entre otras. Otra definición de la investigación descriptiva, consiste en determinar todas las características del fenómeno que se estudia (HERNANDEZ S. Y OTROS. ObCit: 60). “desde el punto de vista científico, describir es medir”.

Población y Muestra

La población de estudio estimada para el proyecto, estará conformada por toda la población estudiantil que actualmente se encuentra matriculada en primer y segundo semestre y cursen asignaturas vinculadas con la matemáticas en la UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER, en la sede principal de la ciudad de Cúcuta. El tamaño de la muestra objeto de estudio, a la que se le aplicara el instrumento de investigación elegido, será determinada por formula estadística, la cual contara con una confiabilidad del 95%.

Instrumento para la recolección de información

Información primaria para la identificación de los puntos críticos y falencias que presentan los estudiantes que actualmente se encuentran matriculada en primer y segundo semestre y cursen asignaturas vinculadas con la matemática en la UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER, en la sede principal de la ciudad de Cúcuta se tomara como primera medida la aplicación del instrumento de investigación en la población estudiantil involucrada al problema de estudio. De igual manera se realizará el análisis directo de la información recogida.

Información secundaria para el análisis general de la información obtenida para el proyecto, se contará con la base de datos de la biblioteca Eduardo Cote Lamus, además se contara con la ayuda de trabajos anteriores que servirán de base para la investigación.

Análisis de la información

El análisis general de la información recolectada se presentará mediante la ayuda de las tablas, cuadros que generalicen y faciliten su comprensión, a través de Microsoft Excel se realizara la

tabulación de los datos para simplificar la percepción de los mismos y su correcto análisis.

Referencias

Contreras, Mauricio. (2004). *las matemáticas de eso y bachillerato a través de los juegos*.

Bolívar Sandoval, Luis Ernesto. (2013). *los juegos didácticos como propuesta metodológica para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado quinto de la institución educativa centra fraternal cristiano. Medellín*

Cortes, Héctor Manuel; Pérez, Luis Fernando (2004). *Algunas dificultades en la comprensión y aplicación del concepto de número fraccionario. En Díaz, Leonora (Ed.), Acta Latino americana de Matemática Educativa (pp. 228-234). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.*

Diana Carolina Jiménez Esteban y Yudy Rosmira Márquez Porras (2009). *El juego como recurso didáctico para reforzar métodos de factorización en el grado octavo. Bucaramanga.*

Tania Camacho, María Flórez, Deniris Mier, Mabel Aguirre, Yesid Castellanos, Gloria Murcia (2012). *Estrategias pedagógicas en el ámbito educativo. Bogotá D.C*

<https://xaviermasabandar.wordpress.com/2014/06/17/ejemplo-de-operaciones/>

Palmer, c., Bib, s., Jarvis, Jj. y Mrachek, I. (1079) *matemáticas practicas aritmética, algebra, geometría, trigonometría, y regla de cálculo*. Barcelona, españa: reverté.

Martinez, I., Mosquera, y Perea, E. (2010). *El juego como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la adición y sustracción en el grado primero de las instituciones educativas la ceiba, gallinazo y diamante del municipio puerto Guzmán- Putumayo*. (Tesis de pregrado, licenciatura en pedagogía infantil).

Recuperado de:
<http://edudistancia2001.wikispaces.com/file/view/6.+EL+JUEGO+COMO+ESTRATEGIA+DIDACTICA+PARA+LA+ENSE%91ANZA+Y+APRENDIZAJE+DE+LA+ADICION+Y+LA+SUSTRACCION+EN+EL+GRADO+PRIMERO+DE+LAS+INSTITUCIONES+EDUCATIVAS+LA+.pdf>

MAZARIO TRIANA, I. y MAZARIO TRIANA, A.C., (sf). *Enseñar y aprender: conceptos y contexto*. Recuperado de <http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/libros/archives/HASHd99c.dir/doc.pdf>

Gairin Sallan, j. m., (1990). *Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas*, educar, volumen (17) ,105-118.

García Cebrián María José. Los papiros matemáticos. Profesora de matemáticas. I.E.S José Manuel Blecua (Zaragoza). Tomado de:
<http://www.jimena.com/egipto/apartados/papiros.htm>

Hurtado Orduz, María Isabel (2012). *Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto*, tesis Magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Bogotá, Colombia

Schoenfeld, Alan H: *Mathematical Problem Solving*.
<http://jwilson.coe.uga.edu/EMT725/PSsyn/PSsyn.html>

Perales Palacios, F.J. 1993. *La resolución de problemas: una revisión estructurada*. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(2) m p. 170-178.

Bueno Becerra, Dora Ligia (2012), *Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos*. Medellín, Colombia.

FALENCIAS EN LOS NIVELES EDUCATIVOS PRECEDENTES PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN ALUMNOS DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

Álvaro Salamanca Landínez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

Ingeniero de Sistemas, Especialista en Informática Educativa e Ingeniero Civil

Correo electrónico: alvaros_1705@hotmail.com

Resumen

De unos años atrás hasta la fecha en la universidad Francisco de Paula Santander se ha venido presentando un hecho el cual se ha vuelto concurrente semestre a semestre y año tras año no solo en Ingeniería de Sistemas, sino también en las demás carreras universitarias donde el Cálculo Diferencial o Cálculo I como también es llamada en algunos otros programas, llegan estudiantes principalmente recién egresados del bachillerato o secundaria, con falencias en sus presaberes matemáticos; los cuales con el paso del tiempo son cada vez más notorios en estos nuevos estudiantes de pregrado, ocasionando cierto descontento y agobio por parte de los docentes que imparten la materia. Ingeniería de Sistemas, es el segundo programa de la Universidad Francisco de Paula Santander al recibir la acreditación de “Alta calidad”, la UFPS en su boletín No. 164 publicado el día martes, 12 de noviembre de 2013 dice: “Que un nuevo programa reciba Acreditación de Alta Calidad, lo único que significa es que estamos haciendo las cosas muy bien, que la ruta de la acreditación que la Universidad ha definido ha dado resultados positivos, que los procesos de autoevaluación en busca de la acreditación están claramente definidos y el éxito es tal, que ya tenemos dos programas con este reconocimiento”, dijo Claudia Elizabeth Toloza Martínez, Secretaria General de la UFPS, y quien recibió la resolución de parte de la Ministra de Educación Nacional, María Fernanda Campo Saavedra.

Palabras claves: Falencias, promedio académico, Saber Pro, Spadies, expectativas.

Introducción

La Acreditación de Alta Calidad para Ingeniería de Sistemas fue concedida durante cuatro años, contados a partir de la fecha de ejecutoria del acto de acreditación, tiempo en el que el Programa deberá seguir cumpliendo sus estándares de calidad y garantizar el mejoramiento continuo de los aspectos reseñados por el MEN; y es por ésta razón la importancia de realizar la investigación referente a los estudiantes que ingresan a primer semestre de Ingeniería de Sistemas, ya que estos deben cumplir con unos presaberes básicos para cursar

Cálculo Diferencial y no tener a futuro estudiantes estancados en la repitencia de la asignatura, la cual en ocasiones con lleva a la deserción estudiantil.

Para Toloza Martínez, este es el resultado del trabajo de los miembros de la comunidad educativa como docentes, estudiantes, personal administrativo, “quienes son personas que se han comprometido con el proceso de calidad y han hecho todos los esfuerzos para mejorar continuamente su programa”. Para el programa de Ingeniería de Sistema las fortalezas en investigación, extensión, infraestructura, trayectoria,

programas de seguimiento para disminuir la deserción, docentes tiempo completo y el proyecto educativo del programa, coherente con el PEI y la filosofía institucional, fueron algunos de los aspectos más relevantes destacados por el Consejo Nacional de Acreditación-C.N.A.- en la resolución. A través de la investigación realizada se podrá detectar si una de las causas de deserción en los estudiantes de Ingeniería de Sistemas está relacionada con las asignaturas de Cálculo que es donde más se encuentra la repitencia de estudiantes y si la causa es debido a la falta de los presaberes adquiridos en su etapa de básica secundaria.

Para Nelson Beltrán Galvis, decano de la Facultad de Ingenierías para la época, todo se logró gracias a los procesos de autoevaluación a los que se sometió el Programa, y al empuje que hicieron durante más de dos años docentes, estudiantes y parte administrativa. Con la Acreditación al programa de Ingeniería de Sistemas, se fortalece el proceso de conducción hacia la excelencia que ha asumido la UFPS y que le permitirá afianzar sus programas académicos en vía a la acreditación institucional. Tomando en consideración el sin número de jóvenes, que actualmente ingresan a la universidad; ya sea, gracias al deseo propio de formarse como profesional o también gracias a las facilidades que hoy en día el gobierno ofrece para que un recién egresado bachiller pueda realizar sus estudios universitarios, es importante resaltar que muchos de ellos llegarán a realizar sus estudios de primer semestre sin importar la carrera profesional escogida, con un bajo conocimiento en el área de las matemáticas.

Se puede decir, que desde hace un tiempo atrás se evidencia como desde el primer semestre de una carrera

universitaria, ya sea en la línea de las ingenierías o de las ciencias empresariales o de las ciencias agrarias, es evidente que al salir de sus colegios y trascorrir tan solo unos meses, cuando estos ya ingresan a la universidad y comienzan sus estudios, aquellos que en sus pensum incluyen Cálculo, en sus respectivos docentes surgen tres posibles preguntas conforme se va avanzando en el tema del cálculo Diferencial: 1. ¿Qué aprendieron durante todo este tiempo en su formación en la secundaria? 2. ¿Cómo pudieron olvidar temas tan básicos como suma, resta, multiplicación y división ya sea de enteros o fracciones en tan poco tiempo? 3. ¿Cómo fue el proceso de enseñanza y aprendizaje del algebra?

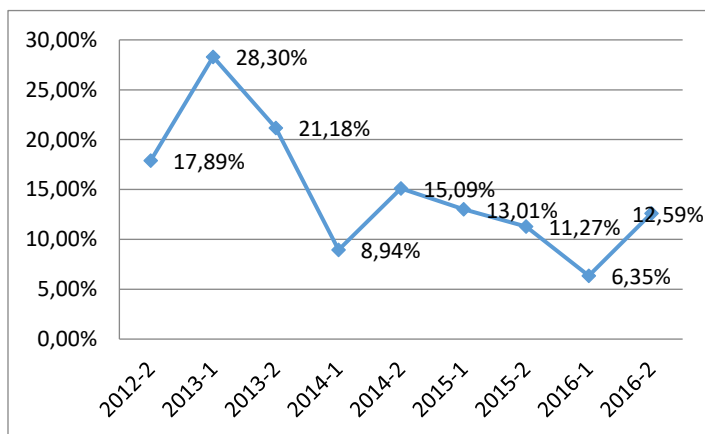
El conocimiento en los pre-saberes matemáticos en un estudiante para ingresar a una universidad entonces no están siendo requeridos o exigidos para estudiar una carrera profesional. No se le está dando la respectiva relevancia actualmente en las universidades para su ingreso y más cuando se trata de carreras profesionales en ingenierías.

¿Acaso importa más la cantidad que la calidad? o ¿acaso se han vuelto inherentes ante una problemática que surge desde la básica primaria y la cual se traslada a la básica secundaria?, donde el desinterés por parte de los docentes es aún más grande, que lo único que hacen es ceder el problema a los docentes universitarios quienes tienen que volver en el tiempo para enseñar lo que ya deberían saber y conocer estos jóvenes egresados bachilleres. Es evidente que al iniciar las clases universitarias y al llegar a Cálculo, los estudiantes sufren un gran choque y se podría decir que es el primer estrellón que sufren ellos al inicio de su vida universitaria. Ya que descubren que en sus colegios no aprendieron de forma

correcta temas tan vitales como algebra, casos de factorización y sumas de fracciones por mencionar tan solo algunos, ya que la lista podría ser bastante larga y no solo se remontaría a la básica secundaria sino también a la primaria.

En ingeniería de sistemas de la Universidad Francisco de Paula Santander, de acuerdo a los reportes del Sistema para la Prevención de la Deserción de la Educación Superior-SPADIES, a la fecha la tasa de deserción acumulada del Programa de Ingeniería de Sistemas es inferior a los registros a nivel departamental y nacional. El programa viene adelantando proyectos y estrategias orientadas a la disminución de los índices de deserción los cuales se describen más adelante. El análisis de deserción por periodo, según cifras de SPADIES, indica que el programa de Ingeniería de Sistemas de la UFPS ha logrado reducir de manera permanente la deserción.

Figura 1. Deserción por período Ingeniería de Sistemas. SPADIES (2012-2016)



Fuente SPADIES 2017

Considerando éstas cifras sobre deserción, el Programa de Ingeniería de

Sistemas desarrolló el proyecto “Estudio de Retención y Deserción de los Estudiantes del Programa de Ingeniería de Sistemas de la UFPS, Años 2012-2014”, con el fin de obtener y analizar información útil para mejorar los indicadores. El estudio aplicó una encuesta a 204 estudiantes identificados como desertores (estudiantes que no matricularon durante dos semestres consecutivos). Dentro de las principales causas de deserción identificadas en éste estudio se tienen:

- No se acopló al contenido temático*
- Problemas de promedio académico*
- El programa no llenó sus expectativas*
- Otros factores de tipo personal y económico*

Entre los factores por los cuales un estudiante deja sin concluir sus estudios en Ingeniería de Sistemas, se puede observar tres de forma particular que podrían vincularse a la problemática a estudio de investigación en este proyecto, como son:

No se acopló al contenido temático: éste factor puede darse debido a que los estudiantes bachilleres antes de ingresar a la universidad no realizan un análisis del pensum que verán en la carrera elegida, y por tanto llegan con un desconocimiento absoluto de lo que tendrán que afrontar y por tanto sus expectativas suelen decaer.
Promedio académico: éste es un factor que a consideración personal suele ser el más relevante a la hora de la deserción estudiantil, ya que la repitencia de una materia que suele darse entre 3 a 4 veces no solo desanima moralmente al estudiante, sino que su promedio se ve seriamente afectado semestre a semestre; al punto de llegar a caer a módulos en el mejor de los casos o ser excluido definitivamente de la universidad por no lograr subir el promedio y volver a

perder una materia nueva o la misma que lleva repitiendo una y otra vez con un mismo docente. Esto conlleva a que el estudiante se dé por vencido y opte por retirarse parcial o definitivamente, razón que viene presentándose continuamente en la materia de Cálculo Diferencial o Cálculo I en el programa de Ingeniería de Sistemas.

El programa no llenó sus expectativas: quizá éste factor sea el menos relevante de todos los mencionados de deserción, pero no deja de ser una fuente inquietante a la hora de estudiar los factores de deserción, ya que un estudiante de quinto (5) o sexto (6) semestre ha logrado percibir el enfoque de su carrera en curso, y ha logrado fijar quizás metas a futuro. Suele suceder que la mayor cantidad de estudiantes que abandonan las aulas de clase lo hacen en los primeros semestres.

Siendo estos tres los factores determinantes de la deserción académica de los estudiantes en el programa de Ingeniería de Sistemas, en el promedio académico se puede apreciar que una de las asignaturas que más incide en ésta causal es el Cálculo Diferencial, ya que reincide de forma constante semestre a semestre en la gran mayoría de los programas de la Universidad Francisco de Paula Santander, no siendo Ingeniería de Sistemas la excepción.

El estudio de investigación nace con el fin de entender el problema que actualmente sacude a las universidades en todo el país y que se presenta en los estudiantes de primer semestre de toda universidad, quienes ante una evaluación inicial, evidencian como sus respuestas incorrectas reflejan una baja interpretación de los enunciados y denotan una incorrecta aplicación y falta de conocimientos de los pre-saberes matemáticos. Éste factor es también muestra de las causas de deserción

estudiantil en los diferentes programas de pregrado presencial de la universidad Francisco de Paula Santander presentado por la vicerrectoría académica en el 2016.

Por tanto, es claro apreciar que algo está ocurriendo en las aulas de clase ya sea con la aplicación de los métodos de enseñanza o con la forma en que los docentes están impartiendo sus clases en las instituciones educativas de básica secundaria, ya que, cuando de un curso de Cálculo I en una universidad, conformado con un máximo de 45 estudiantes, provenientes de diferentes instituciones educativas, y cursando una carrera de ingeniería, en donde se supone deberían estar mejor formados en el área de las matemáticas; tan solo un mínimo porcentaje en una primera evaluación diagnóstica, logran responder de forma acertada.

Es por esta razón, que es necesario llevar a cabo una investigación que detecte la raíz de esta problemática; y así, plantear soluciones que conlleven a un mejor aprendizaje por parte de los estudiantes en primera instancia, y en segunda instancia que las universidades tomen cartas en el asunto, y empiecen a exigir exámenes o pruebas de ingreso a sus diferentes planes de estudio y tomar en consideración materias de pre-cálculo en todo primer semestre de una carrera universitaria que lo exija. Es impórtate en toda investigación o proyecto hacernos preguntas o interrogantes, las cuales son las que nos llevarán a conocer lo que está ocurriendo y nos hace indagar sobre el tema, la pregunta que surge en esta investigación y que se convierte en el pilar de la investigación es: ¿Cuál es la influencia de los pre-saberes matemáticos para un adecuado desempeño en la asignatura de Cálculo Diferencial en el rendimiento académico del estudiante de Ingeniería de Sistemas?

Teniendo en cuenta, que es la primera vez que un estudiante bachiller llega a una universidad, a enfrentarse no solo a un ritmo diferente de estudio, sino a un ritmo diferente de clases y aun estilo muy particular por parte de algunos docentes, los cuales creen ser conocedores de la verdad absoluta, entonces es importante tomar en consideración que un estudiante trae encima no solo el peso del reto de sobresalir o en la mayoría de los casos de sobrevivir en una selva densa y espesa que suele ser la universidad, sino el compromiso de no defraudar a quienes lo pusieron allí, para tener que sumarle aún más el no conocer o no recordar absolutamente nada de lo aprendido en el colegio en la materia de matemáticas. Toda universidad o institución de educación superior en la actualidad exige a todo futuro estudiante universitario para su ingreso unas pruebas SABER PRO, que bien es sabido por cualquiera, que éstas no miden el conocimiento en un estudiante en un 100%. Pero sin importar esto, es un requisito que debe ser exigido y sin ella no puede ingresar a ninguna universidad, y en base a estas pruebas y a los resultados obtenidos en las diferentes áreas, se determina si puede o no ingresar a la carrera solicitada por el aspirante; aquí nacen varias interrogantes, y es que si un aspirante desea ingresar a carreras de ingeniería como Ingeniería de Sistemas, Ingeniería Civil, Ingeniería Mecánica o Ingeniería Electrónica entre otras, se debe exigir por tanto un alto puntaje en matemáticas y física. Y es aquí donde las preguntas surgen: ¿En realidad las universidades toman en cuenta las pruebas SABER PRO para que un aspirante pueda ingresar a la carrera deseada? ¿Están siendo tomados en consideración los puntajes en cálculo? ¿Para qué se exige las pruebas SABER PRO entonces? Tomando en cuenta que la gran mayoría

de los estudiantes que ingresan a la Universidad Francisco de Paula Santander vienen de colegios públicos, en donde el sistema educativo actual, a través del Decreto 1290 en el Artículo 2 reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media que deben realizar los establecimientos educativos. En ésta razón, radica la importancia de investigar los factores que están ocasionando ésta falta de pre-saberes en los estudiantes de primer semestre en una universidad.

A través de una investigación que detecte y denote las falencias ocurridas en las aulas de clase en las instituciones educativas de la básica secundaria, se podrá plantear soluciones, alternativas de enseñanza, metodologías nuevas o “quizás” antiguas, ya que no todo lo antiguo es obsoleto y no todo lo nuevo es eficiente y productivo. Esta situación no solo se ve reflejada en la UFPS sino en instituciones universitarias al interior del país y de diferentes países, que han manifestado su gran preocupación por la problemática que se vislumbra al respecto. Es por ésta razón, que es necesario que se planteen alternativas curriculares para atender la problemática mencionadas. Estas alternativas se organizan desde dos perspectivas: las preventivas y las remediales. Las primeras buscan atender dicha problemática antes de que los estudiantes se enfrenten con las dificultades de aprendizaje de los contenidos de la materia y las segundas buscan dar solución al problema y evitar con ello la repitencia de la asignatura de matemáticas de forma continua.

La asignatura de Cálculo Diferencial o Calculo I en la Universidad Francisco de Paula Santander, está dirigido a estudiantes de primer semestre de

ingeniera (cualquier ingeniería) y su propósito es que el estudiante adquiera los conocimientos básicos de las matemáticas, e introducir al estudiante en los conceptos básicos del cálculo, tomando como punto de partida los conocimientos adquiridos en el bachillerato. Es en este punto donde nace el problema, ya que el estudiante recién egresado, pareciera ser; haber olvidado todos sus conocimientos aprendidos o adquiridos durante su etapa de bachillerato o de educación media. Ya que se vuelve un martirio el tener que resolver una simple función, o en diagnóstico inicial que realiza el docente, se evidencia la falta de conocimiento en los presaberes matemáticos básicos.

Entre los objetivos específicos de toda asignatura de Cálculo Diferencial está la de presentar los conceptos básicos de números reales, plano cartesiano, funciones básicas como las polinómicas, las racionales y las trigonométricas; manejar los conceptos básicos de límite y continuidad; presentar los fundamentos del cálculo diferencial; conocer y manipular las técnicas de la diferenciación; mostrar la importancia de la derivada en aplicaciones tales como: construcción de gráficos, problemas de máximos y mínimos; estudio de funciones elementales etc. y desarrollar las ideas básicas del cálculo integral. Estos objetivos son los que conllevarán al buen desarrollo y aprendizaje de la asignatura en el estudiante, y es el docente el encargado de lograr que el estudiante asimile y aprenda a resolver con detalle cada uno de los temas de los cuales hace parte la asignatura.

El contenido de la asignatura de cálculo consta de los siguientes temas: Primero. Números Reales, formado por los siguientes temas: El sistema de los números reales, Desigualdades, Valor

absoluto, Sistemas de coordenadas rectangulares, Relaciones, Interceptes, Dominio, Rango, Simetrías, Gráficas. La línea recta, Circunferencia, elipses, parábolas e hipérbolas. En éste capítulo el estudiante debe comprender el concepto de los números reales y sus propiedades, el concepto del valor absoluto y sus propiedades, y aprender a aplicarlas en la solución de desigualdades de primer y segundo grado, además debe ser capaz de graficar la solución de desigualdades de dos variables en el plano XY; para esto, el estudiante requiere los conocimientos adquiridos en 6° y 7°, de saber por lo mínimo cuál es la diferencia entre números naturales, números reales, números irracionales, etc., y conocer a la perfección la recta numérica y el plano cartesiano, pero la realidad es otra, cuando en el aula de clase en un curso de 40 o 45 estudiantes tan solo un mínimo de 5 o quizá máximo 10 de ellos, logran saber e identificar en donde queda el Norte, Sur, Este y Oeste en el plano cartesiano. Y la cosa se vuelve más preocupante cuando en una pregunta básica de rutina vas y preguntas: ¿por dónde sale el sol? y te responden: ¡por el Oeste!, o peor aún: ¡por el Sur! y si le preguntas: ¿en donde están parados respecto al mapa de Colombia? y su respuesta es un: “¡jum”, surge las dudas de lo que se está enseñando en los colegios.

Un segundo capítulo es el de Funciones, formado por los siguientes temas: Funciones y sus gráficas, Operaciones con funciones, Composición de funciones, Función inversa. Funciones algebraicas Funciones trigonométricas y sus inversas, Coordenadas polares, Función exponencial y función logarítmica y Funciones hiperbólicas. En este capítulo el estudiante debe comprender el concepto de relación y de función y será capaz de diferenciarlas. Aprenderá a

graficar y a encontrar el dominio y el rango en las siguientes funciones: a) lineales, b) cuadráticas, c) radicales en lineales y cuadráticas, d) racionales, e) valores absolutos y f) combinaciones de ellas, aquí se requiere que el estudiante maneje lo aprendido en 9° y 10° para un mejor entendimiento.

Un tercer capítulo es el de Límites y Continuidad, formado por los siguientes temas: El concepto intuitivo de límite, Definición de límite, Teoremas sobre límites. Límites unilaterales, Límites al infinito, Asíntotas, Continuidad de funciones, Algebra de funciones continuas, Continuidad en un intervalo, Teoremas de Bolzano y del valor intermedio. En este capítulo el estudiante aprenderá a realizar operaciones de suma, resta, división y cociente con funciones, así como, la función composición. Además determinara a las funciones resultantes el dominio y el rango. También comprenderá la definición y los teoremas de límite y las aplicara para determinar los límites de una función algebraica. El estudiante comprenderá la definición y los teoremas de continuidad y será capaz de aplicarlos conceptos de límites infinitos y límites al infinito en la localización de las asíntotas verticales y horizontales de una función algebraica para que determine, gráficamente y algebraicamente, el punto o el intervalo en que una función es continua y el tipo de discontinuidad. Aquí se requiere que el estudiante maneje lo aprendido de 6° a 10° para un mejor entendimiento, pero cuando existen fallas en resolver simples operaciones básicas de fraccionarios sin calculadora todo el mundo se les vuelve al revés, y ni hablar de operaciones algebraicas, eso ya se convierte en otra dimensión más.

El cuarto capítulo de ésta asignatura es Derivada: formada por los temas de:

Definición de derivada, Interpretación geométrica de la derivada, Angulo entre dos curvas, Interpretación física de la derivada, Teoremas sobre derivación, Derivación de funciones trigonométricas. Regla de la cadena, Derivación implícita, Derivación de funciones trigonométricas inversas. Derivación de funciones exponenciales, logarítmicas e hiperbólicas, Derivadas de orden superior, Ecuaciones paramétricas y sus derivadas, Derivadas en coordenadas polares, Incrementos y diferenciales, Aproximaciones, Formas indeterminadas básicas, Regla de L'Hopital, Otras formas indeterminadas y Formula de Taylor con residuo. Aquí el estudiante aprenderá a encontrar las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a una curva en un cierto punto y comprenderá a aplicar el concepto y los teoremas sobre diferenciación de funciones algebraicas para obtener la derivada de las mismas y será capaz de determinar si una función algebraica es o no diferenciable en un punto. No cabe duda que el álgebra y la trigonometría juegan un gran papel en este capítulo y su desconocimiento puede conllevar a una crisis nerviosa y frustración al no poder entender cómo funciona el concepto de la derivada y la importancia de conocer de los casos de factorización para su solución.

Por último, el quinto capítulo es Aplicaciones de la derivada, formado por los siguientes temas: Razones relacionadas, Problemas de máximos y mínimos, Máximos y mínimos relativos y absolutos, Teorema de Rolle, Teorema del valor media, Funciones crecientes y decrecientes, Criterio de la primera derivada, Concavidad y puntos de inflexión, Criterio de la segunda derivada y Dibujo de gráficas. El estudiante debe comprender la aplicación de la derivada en: razón de cambio en la solución de problemas prácticos, en la determinación

de sí una función es creciente o decreciente, en la localización de extremos relativos y absolutos de una función, determinar la concavidad y los puntos de inflexión para determinar la gráfica de una función. Al igual que en los demás capítulos la importancia del manejo de algebra y factorización es primordial en este capítulo. Y todo lo aprendido en el bachillerato se vuelve esencial para el buen desarrollo de la asignatura de Cálculo Diferencial.

Pero, cuando el estudiante no tiene unas buenas bases o unos buenos cimientos, al igual que en una casa, con cualquier movimiento puede hacer que colapse, y en este caso, el colapso del estudiante implica es, en la pérdida de la materia y en su repitencia muy probablemente repetitiva. Todo depende claro está, de parte de docente quien la esté impartiendo. No es una mentira decir que en ocasiones nos encontramos en las aulas de clases con una gran variedad de docentes; unos con cualidades excepcionales a la hora de explicar y calificar y otros con otras cualidades excepcionales al no aceptar que pueden equivocarse y que califican de una manera muy poco objetiva, en donde, el estudiante puede encontrar docentes que en clase explican una cosa, pero a la hora de evaluar, pueden colocar cosas que hasta en ocasiones ni ellos mismo saben resolver, o puede que si lo sepan resolver, pero se sacian y se satisfacen al ver a su estudiante sufrir, son como sanguijuelas, que se alimentan del dolor ajeno, basándose en el concepto de: *“estoy formando profesionales para que se enfrenten a la realidad de la vida”*. Y es cierto que la vida es dura y es cruel en muchas ocasiones, pero porque debemos hacerles aún más gris su existencia a personas que están madrugando a horas muy tempranas para llegar a tiempo a clase y evitar que se le coloque una falla

que le perjudique su tercera nota, porque hacerles más gris la vida a personas que no alcanzan a desayunar o quizás no tienen para desayunar, porque debemos hacerle la vida más gris a una persona que quizá debió trabajar en la noche anterior ya que gracias a este trabajo se sostiene su vida universitaria la cual a decir verdad, aunque estamos en una universidad pública, estudiar en la UFPS no es un regalo, ni mucho menos una bendición de Dios. Hoy día estudiar en la UFPS se ha convertido casi en un lujo para alguno estudiantes de estratos bajos.

Es bueno, como docentes que somos, en ocasiones recordar de dónde venimos y lo mucho que nos costó llegar a donde estamos, y empecemos a cumplir nuestra función de docentes, de formadores de, no solamente profesionales íntegros en conocimiento, sino profesionales íntegros en conocimiento y en valores que lo hagan mejores personas, personas capaces de ayudar a los que están debajo de ellos; y no enseñarlos a pisotear a los demás, tan solo por el hecho de que a nosotros también se nos pisoteo.

Ser buen docente no significa ser el más rajón, o al que más estudiantes se nos quedan o nos cancelan y luego hacer mofa de ello y vanagloriarnos por eso con nuestros colegas y compañeros, ser buen docente significa saber enseñar, pero también saber calificar y saber aceptar que nos podemos equivocar y saber corregir, y es en estas equivocaciones donde cada vez aprendemos a ser mejor.

Referencias Bibliográficas

Amore, B; Fandiño, M; Marazzani, I & Sbaragli, S (Ed.). (2010). La didáctica y la dificultad en matemáticas. Análisis de situaciones con falta de aprendizajes. Bogotá: Editorial Magisterio.

Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994) Artículo 1 [Título I]. *Ley General de Educación*. [Ley 115 de 1194]. DO: 41.214./Recuperado de la URL.

Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994) Artículo 23 [Título II]. *Ley General de Educación*. [Ley 115 de 1194]. DO: 41.214./Recuperado de la URL.

Congreso de Colombia. (28 de diciembre de 1992) Artículo 1 [Título I]. Por el cual se organiza el servicio público de la Educación Superior. [Ley 30 de 1992]./Recuperado de la URL.

Constitución política de Colombia [Const.] (1991) Artículo 13 [Título II]. 2da Ed. Legis./Recuperado de la URL.

Constitución política de Colombia [Const.] (1991) Artículo 69 [Título II]. 2da Ed. Legis./Recuperado de la URL.

Díaz C., (2015), Diseño de un curso virtual para el fortalecimiento de las competencias en matemáticas de los estudiantes que ingresan a la facultad de ingeniería de la universidad católica de Colombia, franja nocturna. /Recuperado de la URL

Estándares básicos de competencias en matemáticas. *Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar. (sin fecha)* /Recuperado de la URL.

Font, V. (sin fecha). Algunos puntos de vista sobre las representaciones en didáctica de las matemáticas. Departamento de didáctica de las CCEE y la matemática de la Universidad de Barcelona.

Guzmán L, Competencias matemáticas: Creencias y sus implicaciones en el diseño curricular (2015). Recuperado de la URL.

Núñez Peña, I., Bonoa, R., & Suárez Pellicionia, M. (2014). Evaluación formativa en Educación Superior: Impacto en estudiantes con ansiedad a las matemáticas. *ScienceDirect*, 7.

OCDE (2006). El programa PISA de la OCDE: Qué es y para qué sirve.

Recuperado de la URL.

<http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

Porcel, E., Ramírez, A., & M. G. (2001). Determinación y análisis de las principales deficiencias en la identificación de números pertenecientes a los distintos conjuntos numéricos: N, Z, Q, I o R, en alumnos ingresantes a FACENA . 4.

Propuesta de lineamientos para la formación por competencias en educación superior (sin fecha). Recuperado de la URL.

Rangel, E (2015). Desarrollo de competencias laborales y ciudadanas en estudiantes de educación media en la institución educativa instituto técnico Alejandro Gutiérrez Claderón, sede principal de la ciudad de Cúcuta.

Rojas, S. J., Suárez, S. R., & Parada Rico, S. E. (2012). Presaberes matemáticos con los que ingresan estudiantes a la universidad. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27, 1169-1175.

Sánchez, E. L., & Rivera Castellón, R. E. (s.f.). Análisis del significado de polinomio que tienen los estudiantes de nuevo ingreso de la facultad de ingeniería-mexicali, uabc. 14.

Serrano, J. M. y Pons, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1). Consultado el 23 de Noviembre de 2016 en: <http://redie.uabc.mx/vol13no1/contenido-serranopons.html>

Serrano, J. M. y Pons, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol13no1/contenido-serranopons.html>

Tejedor Tejedor, F. J., García, A., Valcárcel Muñoz, & Repiso. (2007). Causas del bajo rendimiento del

estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES. *Revista de Educación*, 31.

Tünnermann, C.(2011). El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. Villegas G., (sin fecha), Reflexiones para una ley estatutaria de autonomía universitaria: Director Oficina de Asesoría Jurídica universidad del Rosario.

Gomes, P. (2000).Una comprensión de la comprensión en matemáticas.

Universidades, vol. LXI, núm. 48, pp. 21-32, Unión de Universidades de América Latina y el Caribe Organismo Internacional

Uzuriaga López, V. L., Posso Agudelo, A. E., & Martínez Acosta, A. (2013). Algunas estrategias para mejorar la articulación de la educación media con la superior. *Scientia et Technica*, 2-6.